Luokanopettajaopiskelijoiden motivaation yhteys matematiikan tehtävien suorittamiseen ViLLE-oppimisympäristössä

Lasse Eronen ja Pasi Eskelinen, Henri Heiskanen, Antti Juvonen ja Pertti Väisänen

Soveltavan kasvatustieteen ja opettajankoulutuksen osasto, Itä-Suomen yliopisto

Tutkimuksessa selvitetään matematiikan pedagogiikan kurssille osallistuneiden luokanopettajaopiskelijoiden (n = 122) motivaation yhteyttä ViLLE-oppimisympäristössä tapahtuvaan matematiikan opiskeluun erityyppisten tehtävien tekemisen ja ajankäytön avulla. Aineisto kerättiin lomakekyselyllä ja ympäristön lokitiedostosta. Motivaation mittaaminen perustui Ecclesin ja Wigfieldin odotukset-arvo-motivaatioteoriaan. Tehtävät luokiteltiin neljään tyyppiin proseduraalis-konseptuaalisen tietopainotuksen sekä vaativuustason avulla. Odotusten ja hyötyarvon kokemukset erottelivat voimakkaimmin opiskelijat vahvemman ja heikomman motivaatiotaustan kategorioihin. Suurempi saavutusarvon kokemus oli yhteydessä tehtävien tekemiseen tehtävätyypistä riippumatta. Opiskelijoiden työskentelyn tarkastelussa informatiivisimmaksi menetelmäksi osoittautui opiskelijoiden erottelu kolmeen erilaiseen ajankäytön ryhmään. Vahvimman motivaation opiskelijat suoriutuivat tehtävistä nopeammin. Heikomman motivaation opiskelijat jakautuivat eniten ja vähiten aikaa käyttäneisiin. Eniten aikaa käyttäneet suorittivat tehtävät sinnikkäästi. Vähiten aikaa käyttäneiden työskentelyssä näkyi luovuttaminen monimutkaisempien tehtävien kohdalla ja kasvava periksi antamisen trendi. Aikaisemmissa tutkimuksissa esitetään samankaltaisia yhteyksiä sinnikkyyden ja motivaation välille.

Avainsanat: matematiikka, motivaatio, odotukset–arvo-motivaatioteoria, sinnikkyys, opettajankoulutus

ARTIKKELIN TIEDOT

LUMAT General Issue
Vol 10 No 1 (2022), 319–342

Lähetetty: 14.12.2021
Hyväksytty: 19.8.2022
Julkaistu: 13.9.2022

Sivuja: 24
Lähteitä: 62

Yhteydenotot:
lasse.eronen@uef.fi

https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.1.1731

1 Johdanto

Matemaattisen osaamisen kehittäminen vie aikaa ja vaatii sinnikkyyttä. Sinnikkyydellä tarkoitetaan Cambridge dictionaryn (2021) mukaan periksi antamatonta työskentelyä, jotta saavutettaisiin jotain, vaikka se olisi vaikeaa ja veisi paljon aikaa. Sinnikkyyden vaikutusta korkeakouluopintojen etenemiseen on tutkittu useilla eri ammattialoilla. Esimerkiksi Shenan ja kollegojen (2016) tutkimuksessa sinnikkäät kasvatusalan ja psykologian yliopisto-opiskelijat käyttivät huomattavasti enemmän aikaa verrattuna vähemmän sinnikkäisiin opiskelusuorituksensa tekemiseen ratkaistessaan vaikeita, heille uusia aritmeettisia matematiikan tehtäviä. Hyvä osaaminen nopeuttaa tehtävistä suoriutumista ja tehokas ajankäyttö on yhteydessä vahvempaan akateemiseen suoriutumiseen (Adams & Blair, 2019).

Goldman ja kollegat (1973) löysivät epälineaarisen yhteyden sinnikkyyden ja matematiikan osaamisen välille. Heidän tutkimuksessaan psykologian yliopisto-opiskelijat, jotka arvioivat itsensä sijoittuvan sinnikkäimpien joukkoon olivat osaamistasoltaan heikoin ryhmä, keskimääräisen koetun sinnikkyyden ryhmä oli osaamistasoltaan korkein. Lisäksi matalimmaksi oman sinnikkyyden kokeneet opiskelijat sijoittuivat osaamistasoltaan näiden kahden ryhmän väliin. Schaefersin ja kollegojen (1997) mukaan insinööriopiskelijoiden opiskelun sinnikkyyttä ja toisaalta myös periksi antamista selittivät kiinnostus, kyvykkyys, minäpystyvyys ja oppimisen tuki. Opiskelijat, joilla oli suurempi luottamus omiin kykyihinsä selvitä insinööriopinnoista ja joille opintojen merkitys oli vertaisiaan suurempi tulevaisuuden tarpeita ajatellen, raportoivat suurempaa sinnikkyyden kokemusta opiskelua kohtaan verrattuna muihin opiskelijoihin (Wu ym., 2020).

Korkeakouluopintoja edeltävät lukio-opinnot. Hoffmann ja kollegat (2016) havaitsivat, että suurin lukiossa sinnikkyyttä lisäävä tekijä oli opiskelijan kiinnostus matematiikan opiskelua kohtaan. Kiinnostusta voitiin lisätä luovuutta vaativien elementtien, kuten avoimen ongelmanratkaisun, avulla. Suomessa luokanopettajaopinnot ovat korkeakouluopintoja, jonne tullaan pääsääntöisesti lukion kautta. Suomalaisten luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan osaamista koskeva tutkimuskirjallisuus on ilmaissut huolestuneisuutta osaamistasosta jo vuosikymmeniä (Merenluoto & Pehkonen, 2004; Tossavainen & Leppäaho, 2018). Esimerkiksi Pisa-tutkimuksen laskusuhtaiset osaamistulokset sekä kansallisen koulutuksen arviointikeskuksen tekemän seurantatutkimuksen löydökset lukio-opiskelijoiden osaamiseroista (Metsämuuronen, 2017) ovat synnyttäneet keskustelua matematiikan opetuksen nykytilasta ja opettajankoulutuksen kehittämistarpeista (Heikkinen ym., 2015; Laine & Hannula, 2010).

Aritmeettisen tehtävän muotoilu vaikuttaa tehtävästä suoriutumiseen (Tossavainen ym., 2015). Tämä viittaa siihen, että osaaminen vaihtelee tehtävätyypeittäin riippuen siitä, keskitytäänkö tehtävässä proseduraalisen sujuvuuden (ks. Joutsenlahti & Vainionpää, 2007; 2008) kehittymiseen peruslaskentoa hyödyntäen vai vahvistetaanko tehtävässä konseptuaalista ymmärtämistä (ks. Haapasalo, 2004) soveltavan ongelmanratkaisun avulla. Barrin ja Wesselin (2018) mukaan yliopisto-opiskelijoiden suhtautumiseen matematiikkaa kohtaan voidaan vaikuttaa opetuksen suunnittelulla ja toteutuksella, jossa korostuu oppijalähtöisyys ja joka mahdollistaa aikaisemman, mahdollisesti puutteellisen matemaattisen osaamisen vahvistamista.

Erään ratkaisun proseduraalisen sujuvuuden kehittämiseen tarjoavat tietokoneympäristöt, jotka ovat parhaimmillaan laskutaitoa kehittävissä tehtävissä (Mononen ym., 2017). Esimerkiksi ViLLE-oppimisjärjestelmän käyttö alakoulussa on antanut viitteitä niin oppilaiden aritmeettisten taitojen kehittymisestä kuin opiskelumotivaation paranemisesta (Laakso ym., 2018). Luokanopettajaopiskelijan onkin kannattavaa perehtyä yksilöllisen opiskelun mahdollistavan oppimisjärjestelmän käyttöön. Työskentely lisää opiskelijan tietoutta oppimisjärjestelmän tarjoamista alakoulumatematiikan sisällöistä. Toisaalta työskentely oppimisjärjestelmässä tarjoaa mahdollisuuden myös omien matemaattisten taitojen kehittämiseen.

Tässä tutkimuksessa selvitetään eräässä yliopistossa luokanopettajakoulutuksen matematiikan pedagogiikan kurssille osallistuneiden opiskelijoiden motivaation yhteyttä ViLLE-oppimisjärjestelmässä tapahtuvaan matematiikan tehtävien tekemiseen. Motivaation yhteyttä eri tietopainotteisten tehtävien tekemiseen ei ole aikaisemmin tutkittu osana luokanopettajakoulutusta. Useista eri motivaatioteorioista ja motivationaalisista konstruktioista tähän tutkimukseen valittiin Ecclesin ja kumppaneiden (Eccles, 1983; Wigfield & Eccles, 2000) odotukset–arvo-motivaatioteoria (Expectancy–Value Theory), koska se on alun perin kehitelty nimenomaan matematiikan oppimisen alueella. Locken (1991) mukaan tämä teoria keskittyy motivaation perustan ja motivaation ytimen, eli arvojen ja motiivien sekä pystyvyysuskomusten ja menestymisen odotusten kuvaamiseen (ks. Lukin, 2013, 12). Teoriassa otaksutaan, että odotuksiin liittyvät kykyuskomukset ja subjektiiviset tehtävän arvostukset ovat suoraan yhteydessä yksilön koulutuksellisiin valintoihin, yrittämiseen ja sinnikkyyteen sekä siihen liittyvään suorituskäyttäytymiseen (Wigfield & Eccles, 2000.) Tarkastelemme seuraavaksi odotukset–arvo-motivaatioteorian komponentteja.

1.1 Odotukset–arvo-motivaatioteoria

Ecclesin ja kumppaneiden (Eccles, 1983; Wigfield & Eccles, 2000) odotukset–arvo-motivaatioteorian mukaan opiskelijan saavutuksiin liittyvät valinnat voidaan ymmärtää tuloksena menestymisen odotuksesta ja subjektiivisesta tehtävän arvosta. Odotukset voidaan määritellä odotuksina siitä, kuinka hyvin hän tulee pärjäämään tulevassa tehtävässä. Tehtävän arvo viittaa tehtävän laatuun, mikä lisää tai vähentää todennäköisyyttä ryhtyä tai panostaa tehtävän tekemiseen. Odotuksiin ja tehtävän arvostuksiin puolestaan vaikuttavat suoraan ja vuorovaikutteisesti ympäristön kulttuuriset käytänteet, erot yksilön kyvyissä ja taipumuksissa sekä sosialisaatio perheessä, kaveripiirissä ja koulussa (Wigfield & Eccles, 2000.)

Menestymisen odotus keskittyy kysymykseen ”Pystynkö tekemään tämän tehtävän?” tai ”Miten hyvin tulen pärjäämään tällä opintojaksolla?”, kun taas subjektiivinen tehtäväarvo vastaa kysymykseen ”Miksi haluan tehdä tämän tehtävän?” (Wigfield ym., 2006). Odotukset operationaalistetaan teoriassa kykyuskomuksina (ability beliefs) omasta osaamisesta sekä odotuksina menestymisestä (expectancy). Omaa osaamista tarkastellaan suhteessa luokkatovereihin tai muihin oppiaineisiin. Menestymisen odotukset kohdistuvat tulevaan kurssiin tai tulevaan vuoteen. Subjektiivisessa tehtäväarvossa on neljä komponenttia: kiinnostusarvo (intrinsic tai interest), saavutus-/tärkeysarvo (attainment tai importance), hyötyarvo (utility) ja kustannukset (costs). Kiinnostusarvo kuvaa tehtävästä pitämistä ja nautintoa, jota yksilö saa tehtävän tekemisestä. Saavutusarvo kuvaa tärkeyttä itselle ja identiteetille suoriutua hyvin tehtävästä. Hyötyarvo kuvaa sitä, miten tehtävä liittyy tuleviin päämääriin, ja se voidaan nähdä enemmän ulkoisina yllykkeinä (kuten tuleva työ, hyöty muiden oppiaineiden opiskelussa) suorittaa tehtävä hyvin. Kustannukset viittaavat kielteisiin seuraamuksiin ryhtyä tehtävään. Ne käsittävät odotettavissa olevia emotionaalisia tiloja (esim. suoritusahdistus ja epäonnistumisen pelko), rajoituksia osallistua muihin kilpaileviin toimintoihin sekä sitä, kuinka paljon aikaa ja vaivaa tehtävään ryhtyminen vaatii (Eccles, 1983; Wigfield & Eccles, 2000.)

Viljaranta ja Tuominen (2018) ovat kirjallisuuskatsauksessaan esittäneet tutkimuksemme kannalta tärkeitä löydöksiä. Ensinnäkin odotukset–arvo-motivaatioteorian komponentit ovat eroteltavissa toisistaan muuttujien keskinäisistä korrelaatioista huolimatta. Toiseksi kiinnostus oppiainetta kohtaan lisää panostusta oppiaineen opiskeluun, lisäten opiskelun sinnikkyyttä. Kolmanneksi oppijan kiinnostuksen syntymiseksi ja ylläpitämiseksi ovat tärkeitä onnistumisen ja kyvykkyyden tunnekokemukset, jotka parhaimmillaan tuottavat positiivisen kumuloituvan kehityspolun taitojen ja kiinnostuksen välille.

Aikaisempi tutkimus esittää viitteitä sinnikkyyden yhteydestä niin saavutusarvon/tärkeysarvon kuin hyötyarvon kokemukseen (Viljaranta & Tuominen, 2018, 107–108). McGrathin ja kollegojen (2013) mukaan korkea kiinnostusarvo ennustaa fysiikan yliopisto-opiskelijan sinnikkyyttä siten, että opiskelijat, jotka nauttivat tekemisestään, myös tekevät sinnikkäämmin ja näkevät tekemisen enemmän uuden oppimisen mahdollisuutena kuin syntyvinä kustannuksina. Vastaava selittyy myös saavutusarvon kokemuksen suhteen. Heidän mukaansa korkean saavutusarvon omanneet opiskelijat katsoivat opiskelua oppimisprosessina sen sijaan, että olisivat tarkastelleet sitä kustannusten näkökulmasta.

Yläkoulun, lukion ja yliopisto-opiskelijoiden kykyuskomuksien ja tehtävänarvostuksien välisiä yhteyksiä tutkineet Tossavainen ja kollegat (2015) havaitsivat, että opiskelijoista voidaan identifioida toisistaan erottuvia profiileja, joista vastakkaisia ovat vahvan kykyuskomuksen ja korkean tehtäväarvostuksen ryhmä ja matalan kykyuskomuksen ja vähäisen tehtävänarvostuksen ryhmä. Edellisen ryhmän opiskelijoille oli ominaista myös oppimiseen ja hyvään suoriutumiseen suuntautuminen, paremmat matematiikan testipistemäärät sekä vähäinen tehtävien välttely, kun taas jälkimmäinen ryhmä oli edellisen vastakohta.

1.2 Matemaattisen tiedon proseduraalis-konseptuaalinen luonne

Matemaattinen tieto on jo vuosikymmenten ajan jaettu proseduraaliseen ja konseptuaaliseen tietoon (Hiebert & Lefevre, 1986; Rittle-Johnson & Schneider, 2015). Proseduraalisella tiedolla tarkoitetaan sääntöjen, menetelmien tai algoritmien suorittamista (Canobi, 2009; Haapasalo & Kadijevich, 2000). Konseptuaalinen tieto taas käsittää matemaattiset käsitteet, periaatteet ja niiden väliset suhteet (Gilmore ym., 2019; Haapasalo, 2004). Opetuksen järjestämisen näkökulmasta tämä tiedon duaalinen jäsentäminen on tuonut tutkimusta siitä, miten matemaattinen tieto kehittyy opiskeltaessa (Lauritzen, 2012). Onko investoiminen ensin proseduraaliseen tietoon, joka edesauttaa konseptuaalisen tiedon kehittymistä, joissain tilanteissa soveliaampaa, vai tulisiko ensisijaisesti keskittyä ensin konseptuaalisen tiedon ymmärtämiseen, joka palvelisi sitten proseduraalisen tietämyksen kehittymistä (Haapasalo, 2004)? Molemmille näkemyksille löytyy puoltavia perusteita, sillä matemaattisen tiedon luonne mahdollistaa molempien lähestymistapojen käytön (Rittle-Johnsson & Schneider, 2015). Matematiikan tehtävien proseduraalis-konseptuaalinen luonne näyttäytyy jokaiselle opiskelijalle yksilöllisesti suhteessa opiskelijan aikaisempiin tietoihin ja taitoihin (Frade & Borges, 2006; Nogueira de Lima & Tall, 2008; Tall, 2004).

Luokanopettajan työelämärelevanssin näkökulmasta matematiikan oppikirjat ovat keskeisiä, sillä oppikirjojen tehtävät muokkaavat oppijan käsitystä matemaattisesta tiedosta (Niemi, 2004; Heinonen, 2005). Joutsenlahden ja Vainiopään (2007, 2008) analyysitutkimuksissa alakoulun matematiikan oppikirjojen tehtävistä yli 80 prosenttia osoittautui proseduraalispainotteisiksi, joilla tavoitellaan proseduurien sujuvaa hallintaa. Heidän mukaansa oppikirjoissa matemaattisten käsitteiden tarkastelu on pintapuolista eikä tue käsitteiden välisien yhteyksien muodostumista. Viholaisen ja kollegojen (2015) mukaan yläkoulun matematiikan oppikirjoissa painottuvat enemmän proseduurien oppiminen kuin käsitteiden ja niiden välisien yhteyksien ymmärtäminen. Tutkijat ovatkin esittäneet toiveita luoda oppikirjoihin konseptuaalisia tehtäviä, joissa käsitteiden väliset yhteydet voisivat rakentua luonnollisesti sanallistamisen keinoin (Joutsenlahti & Kulju, 2017).

Käsitteiden välisten yhteyksien rakentumista voidaan tukea myös muilla opetuksellisilla keinoilla esimerkiksi havainnollistamisvälineiden käytön tai toiminnallisuuden lisäämisellä (Lehtonen, 2022) sekä vuorovaikutuksen roolin vahvistamisella (Hannula-Sormunen ym., 2018). Opetusjärjestelyissä myös teknologia luo mahdollisuuksia matematiikan tietopainotusten vuoropuheluille (ks. Eronen, 2019). Uudet oppimisjärjestelmät mahdollistavat konseptuaalisten tehtävien luomisen ja tuomisen osaksi matematiikan opiskelua, jolloin on mahdollista tasapainottaa tietopainotusten vuoropuhelua matematiikan oppimisprosessissa.

Tutkimuskirjallisuus auttaa matematiikan tehtävien ryhmittelyssä proseduraalis- tai konseptuaalispainotteisiksi (Kadijevich, 2018; Gilmore ym., 2019; Joutsenlahti & Vainionpää, 2008; Haapasalo, 2011; Hiebert & Lefevre, 1986). Edellä mainitun kirjallisuuden perusteella tehtävän painottuminen proseduraaliseen tietoon edellyttää tehtävään liittyvien proseduurien hallintaa. Vastaavasti konseptuaalista tietoa painottavissa tehtävissä keskitytään käsitteisiin ja niiden välisiin yhteyksiin. Tehtävien monimutkaisuuteen voidaan vaikuttaa sillä, kuinka montaa proseduuria tai käsitettä tehtävän ratkaiseminen edellyttää (Phuong, 2019).

Käyttämämme neliryhmäjaottelun (Heiskanen ym., 2021) mukaisesti proseduraalisessa pelkistetyssä tehtävässä ratkaisun saaminen edellyttää yhden yksinkertaisen proseduurin käyttämistä yhden kerran, kun taas proseduraalisessa monimutkaisessa tehtävässä ratkaisun saamiseksi on käytettävä joko yhtä proseduuria useamman kerran tai useampaa proseduuria. Konseptuaalisessa pelkistetyssä tehtävässä tarkasteltavan käsitekokonaisuuden osat on esitetty ja ratkaisun saaminen vaatii osien välisten yhteyksien järjestämistä kokonaisuudeksi. Konseptuaalisessa monimutkaisessa tehtävässä käsitekokonaisuus on esitetty avoimessa ongelmanratkaisumuodossa, jolloin ratkaisija joutuu itse tekemään päätökset ratkaisuun tarvittavista käsitekokonaisuuden osista sekä osien välisien yhteyksien järjestämisestä ratkaisun muodostamiseksi.

1.3 Tutkimuskysymykset ja tutkimushypoteesit

Tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, millainen yhteys matematiikan pedagogiikan kurssille osallistuneiden opiskelijoiden motivaatiolla on matematiikan opiskeluun ViLLE-ympäristössä. Tutkimuskysymykset ovat seuraavat:

1. Millainen on ajankäytön yhteys erityyppisten ViLLE-tehtävien suorittamiseen?
2. Millainen on motivaation yhteys tehtäviin käytettyyn aikaan?
3. Millainen on motivaation yhteys eri tehtävätyyppien tekemiseen?

Tutkimuskirjallisuuden perusteella näyttää ilmeiseltä, että opiskelijoiden joukossa on sellaisia, jotka haluavat parantaa matemaattista osaamistaan (Metsämuuronen, 2017). Ensimmäisen tutkimuskysymyksen hypoteesina on: tehtyjen tehtävien lukumäärän ja tehtävien tekemiseen käytetyn ajan suhde ei ole lineaarinen. Wigfieldin ja Ecclesin (2000) mukaan subjektiivisesti koettu korkea tehtävän arvo lisää todennäköisyyttä panostaa tehtävän tekemiseen. Toisen tutkimuskysymyksen hypoteesi onkin: suuremmat motivaatiokomponenttien arvot (pienemmät kustannusten arvot) ennustavat, että tehtävä tehdään ajankäytöstä riippumatta. Tossavaisen ja kollegojen (2015) löydökset osoittavat, että opiskelijoiden osaaminen vaihtelee proseduraalista sujuvuutta ja konseptuaalista ymmärtämistä mittaavien tehtävien välillä. Edelleen Viljarannan ja Tuomisen (2018, 107–108) mukaan sinnikkyys on yhteydessä motivaatiotaustaan. Tämän perusteella kolmannen tutkimuskysymyksen hypoteesiksi asetamme seuraavan: matalampi motivaatio ilmenee sinnikkyyden puutteena niin siirryttäessä proseduraalisesta sujuvuudesta konseptuaalista ymmärtämistä vaativaan tehtävätyyppiin kuin siirryttäessä pelkistetystä monimutkaiseen tehtävätyyppiin (McGrath ym., 2013).

2 Menetelmät

2.1 Tutkimusasetelma ja osallistujat

Tutkimus toteutettiin luokanopettajan monialaisiin opintoihin (60 op) sisältyvän matematiikan pedagogiikan opintojakson (7 op) yhteydessä lukuvuonna 2018–2019. Kurssin toteutukseen osallistui matematiikan pedagogiikan ja erityispedagogiikan asiantuntijoita.

Luokanopettajaopiskelijat saivat käyttöönsä ViLLE-oppimisjärjestelmään desimaalilukujen ja yksikön muunnoksien ymmärtämistä tai hallintaa kehittävän tehtäväpaketin proseduraalisen sujuvuuden harjoitteluun ja käsitteiden välisien yhteyksien vahvistamiseen. Ympäristön käyttö oli vapaaehtoista, mutta sen avulla oli mahdollista ansaita bonuspisteitä opintojakson suoritusten arvioinnissa.

Tutkimuksen kohdejoukon muodostavat kurssille osallistuneet 221 opiskelijaa. Tutkimukseen osallistui 122 opiskelijaa ja heistä 113 otti ViLLE-ympäristön käyttöön. Tutkimukseen osallistuminen oli vapaaehtoista ja tietoon perustuva suostumus pyydettiin opiskelijoilta ensimmäisellä luennolla. Motivaation lomakekysely toteutettiin kurssin puolivälissä online versiona e-lomakeohjelmistolla ja lokidata kerättiin kurssin päätyttyä.

2.2 Mittarit

2.2.1 ViLLE-ympäristön sisällön ja lokidatan kuvaus

ViLLE-ympäristöön tuotettiin peruskoulun tehtäviä desimaalilukujen ja yksikön muunnokset aihealueisiin luvussa 1.2 esittämämme tehtäväjaottelun mukaisesti (Taulukko 1). Proseduraaliset tehtävät poimittiin ViLLE-oppimisympäristössä valmiina olevista peruskoulun oppilaille suunnatuista matematiikan tehtävistä. Konseptuaaliset tehtävät tuotettiin itse tätä tutkimusta varten. Proseduraaliset tehtävät ja konseptuaaliset pelkistetyt tehtävät ovat automaattisesti tarkastuvia, joista oppimisympäristö antaa välittömän palautteen ratkaisun onnistumisesta.

Taulukko 1. ViLLE-ympäristössä tarjottujen tehtävien lukumäärä tehtävätyypeittäin.

Aihealue	Proseduraalinen pelkistetty	Proseduraalinen monimutkainen	Konseptuaalinen pelkistetty	Konseptuaalinen monimutkainen
Desimaaliluvut	9[a]	3[a]	1[a]	5
Yksikönmuunnokset	8[a]	5[a]	1[a]	5

a= automaattisen tarkistuksen tehtävät

Harjoitteluympäristön sisällöksi valikoitui desimaaliluvut ja yksikönmuunnokset aikaisempiin tutkimuksiimme (Eskelinen, 2005; Heiskanen, 2016) perustuen. Sisältö linkittyy kurssilla tarkasteltuun murtoluku-käsitteeseen. Proseduraalisista tehtävistä esimerkiksi *”Muunna 5,6 cm millimetreiksi”* (ks. YPP1 Kuvio 2) edustaa pelkistettyä tehtävää yksikönmuunnoksien aihealueesta. Vastaavasti *”Kahden desimaaliluvun allekkain kertominen”* (ks. DPM8 Kuvio 2) on esimerkki monimutkaisesta tehtävästä desimaalilukujen aihealueelta. Edellisissä esimerkeissä näkyy oivallisesti tehtävän ratkaisussa tarvittavien proseduurien määrän kasvaminen siirryttäessä pelkistetystä monimutkaiseen tehtävään.

Konseptuaalinen pelkistetty tehtävä, jossa *“kokonaisluku on jaettu desimaaliluvulla ja tehtävänä on laittaa prosessin välivaiheet oikeaan järjestykseen (ks. Kuvio 1)”*, edustaa tehtävää desimaalilukujen aihealueelta.

6lk:n oppilas Martti osaa jo jakaa desimaalilukuja kokonaisluvuilla. Martille herää kysymys: Voiko kokonaislukuja jakaa desimaaliluvuilla? Martti ryhtyy tutkimaan ideaansa laskutoimituksen

10 : 1,2 avulla.

Martti huomaa että $1{,}2 = \frac{6}{5}$.

Martti siirtyy laskemaan laskua

$$10 : \frac{6}{5} = 10 \cdot \frac{5}{6} = \frac{50^{(2}}{6} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3} = 8{,}33$$

Martti päättelee, että saatu vastaus on varmaankin oikein. Koska luku 1,2 on lukujen 1 ja 2 välissä, joten vastauksen tulisi olla lukujen 10 ja 5 välissä.

Järjestä prosessin vaiheet:

1. Supistetaan saatu vastaus ja muutetaan se sekaluvuksi
2. Huomataan desimaalilukujen ja murtolukujen välinen yhteys
3. Kirjoitetaan desimaaliluku murtolukuna
4. Kirjoitetaan lasku uudestaan murtoluvun avulla
5. Huomataan, että jakolasku on itseasiassa käänteisluvulla kertomista.
6. Muutetaan sekaluku desimaaliluvuksi
7. Muodostetaan murtoluvun käänteisluku ja suoritetaan kertolasku.
8. Vastauksen mielekkyyden tarkastelu

Kuvio 1. Konseptuaalinen pelkistetty tehtävä (ks. DKP1 kuvio 2)

Konseptuaaliset monimutkaiset tehtävät ovat avoimia ongelmia. Esimerkiksi yksikön muunnoksia koskien, ”*Olet kertaamassa oppilaiden kanssa tilavuuden, pinta-alan ja pituuden yksikkömuunnoksia. Miten selittäisit oppilaille sanallisesti: Mistä johtuu, että tilavuuden, pinta-alan ja pituuden yksikkömuunnoksissa eri yksiköiden välinen suhde on erilainen?*” (ks. YKM5 Kuvio 2) Siinä missä pelkistetyssä tehtävässä tarvittavat käsitteet ovat annettu, monimutkaisten tehtävien ratkaisu pohjautuu matemaattisten käsitteiden välisten yhteyksien analysointiin. Konseptuaaliset monimutkaiset tehtävät ovat asetettu käyttäjäryhmä huomioiden opettajana toimimisen näkökulmasta, mutta niiden ratkaiseminen edellyttää vain peruskoulumatematiikan käsitteiden ja niiden välisien yhteyksien hallintaa.

ViLLE-ympäristön lokidata tuottaa tiedot tehtävien palauttamisesta, palautuskertojen lukumäärästä, työskentelyyn käytetystä ajasta tehtävittäin. Tästä lokidatasta otimme tarkasteltavaksi tehtäväkohtaisesti tiedot siitä, oliko opiskelija tehnyt tehtävän ja kuinka paljon opiskelija käytti tehtävään aikaa.

2.2.2 Motivaation mittaaminen

Motivaation mittaamista varten rakensimme Odotukset–arvo-motivaatioteorialähtöisen 29 osion lomakekyselyn, joka koostui 5-portaisista Likert-asteikollisista (1 = Täysin eri mieltä/Ei lainkaan tärkeää/varma, 5 = Täysin samaa mieltä/Erittäin tärkeää/varma) väittämistä. Kysely rakennettiin Conleyn (2012), McPhersonin ja O'Neillin (2010), Juvosen ja kollegojen (2012), Tossavaisen ja Juvosen (2015), Tossavaisen ja kollegojen (2015) ja Wigfieldin ja Ecclesin (2000) väittämiä tarvittaessa muokaten luokanopettajaopiskelijoiden kohderyhmään soveltuvaksi.

Kiinnostusarvo muodostui kahdeksasta väittämästä, jotka selvittivät vastaajan kiinnostusta matematiikka kohtaan ja matematiikasta pitämistä, esimerkiksi ”Nautin suuresti matematiikan opiskelusta ja matemaattisten ongelmien ratkaisemisesta.” Hyötyarvo muodostui kuudesta väittämästä, esimerkiksi ”Matematiikan taidot ovat hyödyllisiä.”, ”Matematiikan opiskelu on minulle hyvin tärkeää opettajan työtäni varten.” Saavutusten tärkeyttä kuvaava saavutus-/tärkeysarvo mitattiin neljän väittämän avulla, kuten ”Kuinka tärkeää sinulle on menestyä matematiikassa koulussa?”, ”Haluan päästä näyttämään, miten hyvä olen matematiikassa.” Kustannukset määritettiin viiden väittämän avulla, jotka selvittivät sitä, miten paljon opiskelija koki matematiikan opiskelun vaativan häneltä resursseja, kuten ”Matematiikan opiskelu vaatii liikaa aikaa.”, ”Matematiikan tehtävien tekemiseen käyttämäni ajan vuoksi joudun luopumaan minulle mieluisampien oppiaineiden opiskelusta tai harrastuksista ja se harmittaa minua”, tai ”Pelkään usein, että epäonnistun matematiikan tehtävissä, joten en edes yritä tehdä niitä.” Opiskelijoiden menestymisodotuksia ja kykyuskomuksia mitattiin kuudella väitelauseella, esimerkiksi ”Kuinka varma olet siitä, että pärjäät hyvin matematiikan opinnoissa?”, tai ” kuinka paljon joudut ponnistelemaan menestyäksesi hyvin matematiikassa”.

2.3 Tilastolliset menetelmät

Motivaation odotus–arvo-komponenttimallin varmistamiseen käytettiin konfirmatorista faktorianalyysiä (CFA), jonka avulla tarkastelimme aineiston antamaa tukea mallille (Metsämuuronen, 2009, 649). Tuotetun mallin ja aineiston yhteensopivuuden riittävyystarkastelu tapahtui Khin neliön jakauman ($p>.05$) ja sopivuusindeksien avulla. Mallin yleistä riittävyyttä tutkittiin CFI-indeksillä (comparative fit index), käyttämällä keskimääräistä jäännöskorrelaatiota SRMR:ää (standardized root mean square residual), sekä keskineliövirheen neliöjuuren approksimoinnilla RMSEA:llä (root mean square error of approximation). Lisäksi suhdeotoskoon ja vapausasteiden määrän vaikutusta mallin sopivuuteen tutkittiin TLI-indeksillä (Tucker-Lewis index). Tarkastelussa käytimme raja-arvoina: CFI $\geq$ 0.95, SRMR $\leq$ 0.10, RMSEA $\leq$ 0.07 ja TLI $\geq$ 0.95 Hun ja Bentlerin (1998) sekä Cangurin ja Ercanin (2015) mukaisesti. Faktoriratkaisun mukaisista väitelauseista muodostettiin summamuuttajat (skaalaus alkuperäiselle asteikolle) ja niiden reliaabeliutta tarkasteltiin Cronbachin alfakertoimen avulla (ks. Taulukko 2).

Motivaation summamuuttujien normaalijakaumaa ja symmetrisyyttä tarkasteltiin vinous- ja huipukkuuskertoimien avulla. Päädyimme jatkoanalyyseissa parametriseen testaamiseen, sillä muuttujien absoluuttiset vinous- ja huipukkuuskertoimien itseisarvot olivat alle yhden (Nummenmaa, 2009, 155). Ajankäytön tarkastelemiseksi muodostimme kokonaisajankäyttöä kuvaavan summamuuttujan. Aikaryhmien identifioinnissa käytimme K-means klusterianalyysia Last Leap -menetelmän avulla (Gupta ym., 2018). Ryhmien välisten erojen testaamiseen käytimme yksisuuntaista varianssianalyysiä (ANOVA) ja parittaisiin vertailuihin Scheffen testiä. Mikäli samavarianssisuusehto ei ollut voimassa, tulkitsimme ryhmien välisiä eroja käyttäen Welchin testiä ja Dunnetin T3 testiä. Efektikoon raportointiin käytimme eta-kertoimen neliötä (η^2). Eta-kertoimen tulkinnassa käytimme raja-arvoja: η^2 = .01 pieni efekti, η^2 = .06 keskisuuri efekti, η^2 = .14 suuri efekti (Ellis, 2010, 47). Muuttujien välisiä yhteyksiä tarkasteltiin Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokertoimen (r) sekä Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimen (rs) avulla. Eri tehtävätyyppien yhteyttä tehtävien tekemiseen tutkittiin McNemarin testin avulla (Field, 2013, 232) käyttäen efektin vaikutuksen arvioimiseen Cohenin d:tä raja-arvoilla d=0.20 pieni efekti, d=0.50 keskisuuri efekti ja d=0.80 suuri efekti (Ellis, 2010, 28, 41).

3 Tulokset

Konfirmatorisen faktorianalyysin perusteella varmistimme, että aineisto antaa tukea teoreettisen mallin tarkasteluun ($\chi^2(359)=398$, p=0.077, CFI=0.981, TLI=0.977, SRMR=0.096, RMSEA=0.031 (90 % luottamusväli [0, 0.48]). Taulukossa 2 on kuvattu faktoriratkaisun mukaisesti rakennetut motivaatiota mittaavat summamuuttujat, niiden Cronbachin alfakertoimet ja muuttujien väliset korrelaatiot.

Taulukko 2. Motivaatiota mittaavien summamuuttujien tunnusluvut ja korrelaatiotarkastelu.

	1	2	3	4	5
1.Hyötyarvo	1				
2.Kiinnostusarvo	.51**	1			
3.Saavutusarvo	.40**	.63**	1		
4.Kustannukset	-.17	-.59**	-.47**	1	
5.Odotukset	.39**	.64**	.67**	-.71**	1
Keskiarvo (KA)	3.89	3.25	2.66	2.29	2.88
Keskihajonta (*KH*)	.60	.77	.92	.84	.86
Vaihteluväli	2.00-5.00	1.25-4.88	1.00-5.00	1.00-4.60	1.00-5.00
Cronbachin α	.85	.90	.87	.87	.88
Vinous	-0.69	-0.49	0.24	0.59	0.01
Huipukkuus	0.66	0.24	-0.16	-0.25	-0.52

** *p*<.01, Pearsonin korrelaatiokerroin

3.1 Millainen on ajankäytön yhteys erityyppisten ViLLE-tehtävien suorittamiseen?

Tulosten mukaan 113 eli 93 prosenttia tutkimukseen osallistuneista opiskelijoista käytti oppimisympäristöä. Keskimääräinen ajankäyttö oli noin 2 tuntia 47 minuuttia (KA = 2:46:51). Ajankäyttö vaihteli suuresti opiskelijoiden kesken (KH = 2:10:30), minkä vuoksi opiskelijat ryhmiteltiin klusterianalyysin avulla. Sopivimmassa ratkaisussa opiskelijat muodostivat kolme ryhmää, aikaa Eniten (n = 20, KA = 5:56:50, KH = 1:27:19), Keskimäärin (n = 43, KA = 3:51:55, KH = 53:26) ja Vähiten (n = 59, KA = 55:01, KH = 51:36) käyttäneet opiskelijat (Taulukko 3).

Taulukko 3. Opiskelijoiden (n = 122) ajankäyttö ja tehtävien tekeminen aihealueittain.

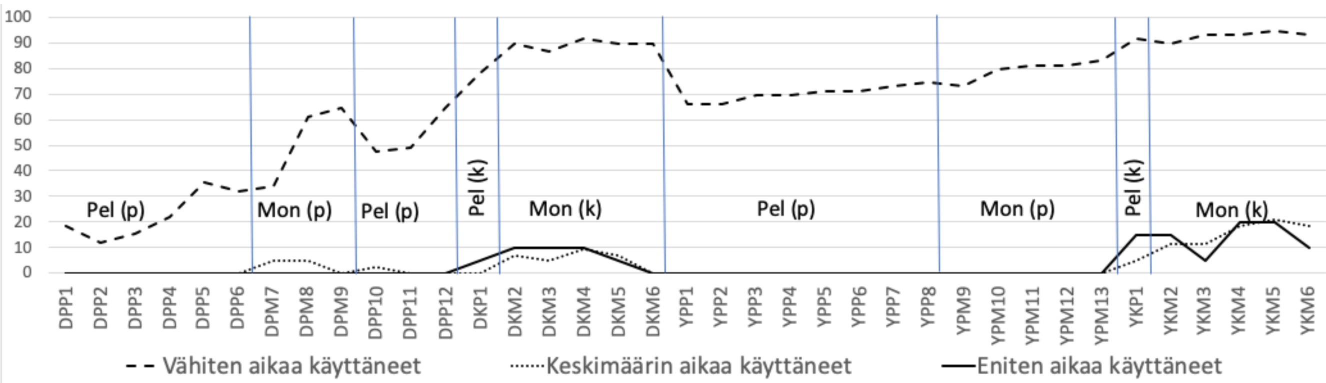
Ryhmä	Eniten			Keskimäärin			Vähiten		
Ajankäyttö*	aika	kt	ay	aika	kt	ay	aika	kt	ay
1. Desimaaliluvut P	2:31:28	100	100	1:27:10	93	100	0:39:09	22	88
2. Desimaaliluvut K	0:54:06	85	100	0:49:17	84	100	0:02:33	17	34
3. Mittayksiköt P	1:30:40	100	100	0:59:08:	100	100	0:11:38	17	34
4. Mittayksiköt K	1:00:34	65	100	0:36:20	78	98	0:01:40	3	22

*ay = ainakin yksi tehtävä tehty (%), kt = kaikki tehtävät tehty (%)

Keskimäärin ja Eniten aikaa käyttäneiden ryhmien suorituksissa löytyy yhtäläisyyksiä (ks. Taulukko 3; Kuvio 2) tehtävien tekemisen suhteen. He ovat tehneet jokaisesta aihealueesta ainakin yhden tehtävän (ay %) ja kaikkien tehtävien tekemiselläkin (kt %) on korkeat osuusprosentit (65–100 %).

Vähiten aikaa käyttäneiden ryhmässä ainakin yhden tehtävän jokaisesta aihealueesta teki 22–88 prosenttia ja kaikki tehtävät 3–22 prosenttia ryhmän opiskelijoista. Ryhmän työskentelyssä on viitteitä luovuttamisen trendistä (kasvavaa tehtävien palauttamatta jättämistä) kaikissa suoriutumista mittaavissa tunnusluvuissa (Taulukko 3). Erityisesti konseptuaaliset tehtävät jäävät käytännössä kokonaan tekemättä suurelta osalta tähän ryhmään kuuluvista opiskelijoista.

Tehtävien oletussuoritusjärjestys oli kuvion 2 mukainen, jonka perusteella Vähiten aikaa käyttäneiden opiskelijoiden työskentelyssä näkyy luovuttamisen trendi. Keskimäärin ja Eniten aikaa käyttäneiden opiskelijoiden luovuttaneiden osuudet näyttäytyvät samankaltaisilta.



Kuvio 2. Luovuttaneiden osuus (%) tehtäväkohtaisesti ajankäyttökategorioittain ja tehtävätyypeittäin (esim. Pel (p) = pelkistetty proseduraalinen, Mon(k)= monimutkainen konseptuaalinen). Tehtäväindeksissä ensimmäinen kirjain kertoo tehtävän aihealueen (desimaaliluvut (D), yksikönmuunnokset (Y)), kaksi seuraavaa tehtävätyypin ja numero yksilöi tehtävän. Esim. DPM7 = Desimaaliluvut Proseduraalinen Monimutkainen tehtävä 7.

Tarkasteltaessa Vähiten aikaa käyttäneiden ryhmän luovuttamisen trendiä, voimme havaita tehtävätyyppien välisiä voimakkaita luovuttaneiden osuuden muutoksia. Luovuttaneiden osuus kasvaa siirryttäessä niin proseduraalisesta pelkistetystä konseptuaaliseen pelkistettyyn tehtävään (DPP12 - DKP1, χ^2 (1) = 4.900, p = .021, d = 0.60), kuin konseptuaalisesta pelkistetystä konseptuaalisesti monimutkaiseen tehtävään (DKP1 - DKM2, χ^2 (1) = 5.143, p = .016, d = 0.64). Sitä vastoin luovuttaneiden osuus väheni siirryttäessä niin proseduraalisesta monimutkaisesta proseduraalisesti pelkistettyyn tehtävään (DPM9 - DPP10, χ^2 (1) = 8.100, p = .002, d = 0.80), kuin konseptuaalisesti monimutkaisesta proseduraalisesti pelkistettyyn tehtävään (DKM6 - YPP1, χ^2 (1) = 12.071, p<.001, d = 1.01). Keskimäärin ja eniten aikaa käyttäneiden kohdalla luovuttaneiden osuudessa ei tapahtunut tilastollisia muutoksia siirryttäessä tehtävästä toiseen (Kuvio 2).

3.2 Millaiset ovat opiskelijan motivaation ja tehtäviin käytetyn ajan väliset yhteydet?

Motivaation ja tehtäviin käytetyn ajan välille ei löydy lineaarista ($r = 0.05–0.25$) tai monotonista ($r_s = 0.07–0.25$) yhteyttä, sillä korrelaatiot ovat vaatimattomia verrattaessa motivaatiokomponenttien suhdetta kokonaisajankäyttöä mittaavaan summamuuttujaan. Kuitenkin aikaryhmittäin tarkasteltuna Keskimäärin aikaa käyttäneillä opiskelijoilla on suurimmat motivaatiokomponenttien arvot ja ajankäyttöryhmien välille muodostuu taulukossa 4 esitetyt käytännön efektiltään keskisuuret ($\eta^2= .09$) merkitsevät erot.

Taulukko 4. Motivaatiokomponenttien keskiarvot ja keskihajonnat ajankäyttöryhmittäin sekä ryhmien väliset tilastollisesti merkitsevät erot.

	Ajankäyttöryhmät			
	Vähiten	Keskimäärin	Eniten	ANOVA
Odotukset	2.75(.87)^b	3.21(.79)^a	2.54(.83)^b	$F(2,110) = 5.428$, $p = .006$, $\eta^2 = .09$
Kiinnostusarvo	3.05(.81)^b	3.56(.71)^a	3.17(.61)^{a,b}	$F(2,109) = 5.354$, $p = .006$, $\eta^2 = .09$
Saavutusarvo	2.42(.93)^b	3.01(.90)^a	2.57(.72)^{a,b}	$F(2,110) = 5.142$, $p = .007$, $\eta^2 = .09$
Hyötyarvo	3.78(.68)^b	4.13(.40)^a	3.71(.61)^b	$F(2,67.51) = 5.358$, $p = .007$* $\eta^2 = .09$
Kustannukset	2.29(.93)	2.18(.75)	2.50(.77)	n.s

Samalla indeksillä ^{a} tai ^{b} merkityt motivaatiokomponenttikohtaiset keskiarvot eivät poikkea tilastollisesti toisistaan parivertailussa 5 % riskitasolla (Scheffen testi). *Welchin testin mukaan ja ryhmien väliset erot on paikallistettu Dunnetin T3 testillä.

Kun taulukossa 4 esitettyjä eroja tarkastellaan motivaatiokomponenteittain, havaitaan että menestymisen odotusten ja hyötyarvon kokemisen suhteen Keskimäärin aikaa käyttäneet odottavat menestyvänsä opintojaksolla merkitsevästi paremmin ja kokevat matematiikan opiskelun hyödyllisyyden keskimäärin korkeampana kuin Vähiten ja Eniten aikaa käyttäneet. Kiinnostus- ja saavutusarvossa Keskimäärin aikaa käyttäneillä on tilastollisesti merkitsevästi suuremmat arvot vain Vähiten aikaa käyttäneisiin verrattuna. Kustannusten kokemuksessa ei ole merkitseviä eroja ryhmien välillä. Vähiten ja Eniten aikaa käyttäneiden opiskelijoiden motivaatiokomponenteissa ei havaittu tilastollisesti merkitseviä eroja.

3.3 Millaiset ovat opiskelijan motivaation ja eri tehtävätyyppien tekemisen väliset yhteydet?

Tehtävätyyppien tekemisen määrän kuvaaminen on luokiteltu kolmeen luokaan (Kaikki tehty, Osa tehty, Ei tehty). Tarkasteltaessa motivaatiokomponenttien yhteyttä eri tehtävätyyppien tekemiseen opiskelijoiden väliltä löytyi efektiltään keskisuuria (η^2 on välillä 0.06–0.12) merkitseviä eroja (Taulukko 5). Saavutusarvon suhteen tilastollisesti merkitseviä eroja havaitaan kaikissa tehtävätyypeissä, kiinnostusarvon suhteen kolmessa ja menestymisen odotusten suhteen kahdessa eri tehtävätyypissä. Sen sijaan kustannus ja hyötyarvo -komponentit eivät erottele tehtävien tekemisen luokkia.

Edelleen tarkasteltaessa taulukossa 5 esitettyjä eroja tehtävätyypeittäin havaitaan, että tehtävätyyppi vaikuttaa motivaatiokomponentin kykyyn erotella tehtävän tekemisen luokkia. Proseduraalisesti monimutkaisten tehtävien kohdalla kolme motivaatiokomponenteista (Odotus, Kiinnostus, Saavutus) ja proseduraalisten pelkistettyjen tehtävien kohdalla kaksi (Odotus, Saavutus) erottelee tehtävien tekemisen luokkia. Konseptuaalisessa monimutkaisessa ja konseptuaalisessa pelkistetyssä tehtävätyypissä kaksi komponenttia (Kiinnostus, Saavutus) erottelee tehtävien tekemisen luokkia toisistaan.

Taulukko 5. Motivaatiokomponenttien keskiarvot ja keskihajonnat tehtävätyypeittäin tehtyjen tehtävien luokkien mukaisesti sekä tilastollisesti merkitsevät erot tehtyjen tehtävien luokissa motivaatiokomponenteittain.

Tehty	Proseduraalinen monimutkainen Kaikki tehty (n=68	Osa tehty (n=26)	Ei tehty (n=19	Kategorioiden erot (ANOVA)	Konseptuaalinen monimutkainen Kaikki tehty (n=43)	Osa tehty (n=26	Ei tehty (n=44)	Kategorioiden erot (ANOVA)
Odo-tukset	3.03^{b} (.83)	$2.82^{a,b}$ (.93)	2.39^{a} (.75)	$F(2,110)=4.34$, $p=.015$ $\eta^2=.07$	2.97 (.81)	3.05 (.99)	2.69 (.84)	n.s
Kiin-nostus	3.44^{b} (.64)	$3.02^{a,b}$ (.88)	2.89^{a} (.89)	$F(2,109)=5.513$ $p=.005,\eta^2=.09$	3.46^{b} (.74)	$3.27^{a,b}$ (.55)	3.03^{a} (.87)	$F(2,109)=4.159$ $p=.030$, $\eta^2=.06$
Saavu-tus	2.82^{b} (.86)	2.72^{b} (1.04)	1.97^{a} (.66)	$F(2,110)=7.171$ $p=.001,\eta^2=.12$	2.88^{b} (.84)	$2.73^{a,b}$ (.90)	2.39^{a} (.96)	$F(2,110)=5.377$ $p=.041$, $\eta^2=.06$
Hyöty	3.98 (.53)	3.83 (.70)	3.67 (.68)	n.s	3.95 (.478)	3.97 (.55)	3.78 (.73)	n.s.
Kus-tannus	2.21 (.75)	2.54 (1.11)	2.23 (.72)	n.s	2.31 (.78)	2.12 (.73)	2.36 (.96)	n.s.
Tehty	**Proseduraalinen pelkistetty Kaikki tehty (n=70)**	**Osa tehty (n=36)**	**Ei tehty (n=7)**	**Kategorioiden erot (ANOVA)**	**Konseptuaalinen pelkistetty Kaikki tehty (n=63)**	**Osa tehty (n=9)**	**Ei tehty (n=41)**	**Kategorioiden erot (ANOVA)**
Odo-tukset	2.99^{b} (.83)	$2.81^{a,b}$ (.91)	2.12^{a} (.72)	$F(2,110)=3.540$ $p=.032$, $\eta^2=.06$	2.96 (.83)	3.31 (.98)	2.66 (.87)	n.s
Kiin-nostus	3.40 (.61)	3.05 (.94)	2.75 (.96)	n.s	3.40^{b} (.68)	3.46^{b} (.34)	2.97^{a} (.90)	$F(2,32.36)=4.100$, $p=.026$, $\eta^2=.07$*
Saavu-tus	2.79^{b} (.83)	$2.54^{a,b}$ (1.05)	1.91^{a} (.73)	$F(2,110)=3.420$ $p=.036,\eta^2=.06$	2.83^{b} (.86)	$2.89^{a,b}$ (.50)	2.34^{a} (1.01)	$F(2,110)= 3.931$, $p=.022$, $\eta^2=.07$
Hyöty-arvo	3.98 (.54)	3.76 (.66)	3.69 (.85)	n.s	3.94 (.51)	4.07 (.57)	3.78 (.73)	n.s.
Kus-tannus	2.26 (.75)	2.37 (1.00)	2.17 (.90)	n.s	2.28 (.74)	1.93 (.95)	2.38 (.97)	n.s

*Welchin robusti testi. Samalla indeksillä [a] tai [b] merkityt motivaatiokomponenttien keskiarvot eivät poikkea tilastollisesti toisistaan.

Yhteenvetona taulukosta 5 havaitaan, että korkea saavutusarvo näyttäytyy kaikkien tehtävien tekemisenä. Jokaisessa tehtävätyypissä kaikki tehtävät tehneiden opiskelijoiden saavutusarvon kokemus oli merkitsevästi suurempi kuin opiskelijoiden, jotka eivät tehneet tehtäviä (η^2 on välillä 0.06–0.12). Lisäksi saavutusarvon kokemus proseduraalisessa monimutkaisessa tehtävätyypissä on merkitsevästi suurempi osan tehneillä kuin tehtävät tekemättä jättäneillä opiskelijoilla ($\eta^2 = 0.12$). Kiinnostusarvon kokemus oli proseduraalisesti monimutkaisessa ja konseptuaalisissa tehtävätyypeissä merkitsevästi suurempi kaikki tehtävät tehneillä kuin tehtävät tekemättä jättäneillä opiskelijoilla (η^2 on välillä 0.06–0.09). Edelleen kiinnostusarvo erottaa konseptuaalisissa pelkistetyissä tehtävissä toisistaan tehtäviä osan tehneet opiskelijat ja opiskelijat, jotka eivät tehneet tehtäviä ($\eta^2 = 0.07$). Menestymisen odotukset olivat proseduraalisissa tehtävätyypeissä merkitsevästi suuremmat kaikki tehtävät tehneillä kuin tehtävät tekemättä jättäneillä opiskelijoilla (η^2 on välillä 0.06–0.07).

4 Pohdinta ja johtopäätökset

Tutkimuksemme mukaan motivaation ja tehtäviin käytetyn ajan välille ei löydy lineaarista yhteyttä, koska Keskimäärin aikaa käyttäneiden ryhmän motivaatio on muita ryhmiä korkeampi. Edelleen Vähiten ja Eniten aikaa käyttäneiden ryhmien motivaatiossa ei ole eroa. Yllättävää on, että odotuksien ja hyötyarvon suhteen matalammasta motivaatiotaustasta huolimatta Eniten aikaa käyttäneen ryhmän tehtävien tekeminen ei poikkea merkitsevästi Keskimäärin aikaa käyttäneen ryhmän tekemisestä tehtyjen tehtävien lukumäärän suhteen tarkasteltuna. Taustalla voi olla aikaa Eniten käyttäneiden opiskelijoiden vahva tahtotila kehittyä opettajina (ks. Shulman, 1986), mikä näkyi sinnikkyytenä tehtävien tekemisessä. Mainitussa tuloksessa on viitteitä Wu´n ja kollegojen (2020) havaintoihin, joissa opintojen merkitys tulevan työelämän kannalta lisäsi opiskelijan raportoimaa sinnikkyyttä. Odotukset-arvo–motivaatioteorian yhteys eri tehtävätyyppien tekemiseen näyttäytyi voimakkaimmin saavutusarvon ja kiinnostusarvon kokemuksissa. Tätä löydöstä voidaan tarkastella McGrathin ja kollegojen (2013) sinnikkyydestä tekemiä havaintoja mukaillen; opiskelijat, jotka nauttivat tekemisestään, näkevät tekemisen uuden oppimisen mahdollisuutena aikakustannuksista huolimatta.

Rakentamamme motivaatiomittari nojaa pitkään tutkimustraditioon, minkä vuoksi odotukset-arvo–motivaatioteorian komponentit ovat vakiintuneet jo aikaisemmissa tutkimuksissa. Myös konfirmatorista faktorianalyysin (CFA) tunnusluvut tukevat hyvää mallin sopivuutta. Muuttujarakenne osoittautui teorian mukaiseksi saavuttaen korkeat reliabiliteettiarvot. Mittarin validiteettia tarkastellessa voimme todeta, että se perustuu aikaisempiin mittareihin ja eri komponenttien väliset korrelaatiot ovat ennakko-odotusten (ja aiempien tutkimusten) mukaisia.

ViLLE-opiskelujärjestelmän tuottama oppimisanalytiikkadata perustuu empiriaan. Tehtyjen tehtävien lukumäärä sekä niihin käytetyn ajan arvot kertyvät tehtävän palautuksen kautta. Yhdistämällä nämä tiedot saamme varsin luotettavan kuvan opiskeluprosessista. Tehtävät olivat ViLLEssä kuvion 2 mukaisessa etenemisjärjestyksessä, joka muodostuu oletussuoritusjärjestykseksi. Myös muunlainen suorittamisjärjestys on mahdollinen, jos opiskelija tietoisesti niin valitsee. Motivaation yhteyttä matematiikan opiskeluun yleistettäessä kannattaa kuitenkin olla kriittinen.

Tarkastelussa olevien aihealueiden ja tehtävien määrä on rajallinen ja toisaalta eri tietopainotuksia sisältävien tehtävien painotus vaihtelee. Lisäksi tehtävien proseduraalis-konseptuaalinen luonne on opiskelijalle subjektiivinen. Näin ollen harjoitteluympäristön sisällöllistä kehittämistä tulee jatkaa ja laajentaa.

Tutkimuksen aineisto on kerätty tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohjeiden mukaisesti ja tuloksien yleistämisessä on huomioitava, että tutkimukseen osallistui vapaaehtoisesti 55 prosenttia opintojakson opiskelijoista. Vaikka luokanopettajaopiskelijoiden opiskelu tapahtui tietokoneympäristössä ja vapaa-ajalla poiketen teoriaosassa esitetyistä tutkimuksista, samankaltaisuus sinnikkyyden ja motivaatiotaustan välisissä yhteyksissä vahvistaa tekemiemme löydösten luotettavuutta.

Ensimmäisen tutkimuskysymyksemme tavoitteena oli tutkia, mitä oppimisanalytiikka-data kertoo tehtävien tekemisestä. Oppimisanalytiikka-datasta selviää, kuinka paljon ympäristössä on käytetty aikaa ja missä määrin tehtäviä on palautettu. Havaitsimme, että 93 prosenttia opiskelijoista otti ViLLE-ympäristön käyttöön. Tämä voi viitata siihen, että opiskelijat haluavat saada luvatut bonuspisteet. Toinen mahdollinen selitys on, että opiskelijat haluavat tarkastella peruskoulun tehtäviä, sekä kehittää matemaattista osaamistaan (ks. Metsämuuronen, 2017). Tutkimustulokset vahvistivat ensimmäisen hypoteesimme, sillä lähes kaikki tehtävät tehneiden ryhmä jakaantuu ajankäytön suhteen tehtävätyypistä riippumatta. Eri opiskelijoiden kohdalla proseduraalista sujuvuutta mittaavien tehtävien ratkaisemiseen tarvittava aika vaihteli voimakkaasti. Tämä löydös viittaa eroihin proseduraalisessa sujuvuudessa (ks. Tossavainen ym., 2015), sillä tiedämme, että hyvä osaaminen nopeuttaa tehtävistä suoriutumista (ks. Adams & Blair, 2019). Toisaalta tehtävien tekemisen määrän avulla emme voi tehdä päätelmiä tehtävien palauttamatta jättämisen syistä, esim. ajankäytön haasteista, oppimisen ongelmista tai motivaationaalisista syistä.

Toisena tavoitteenamme oli selvittää opiskelijan motivaation ja tehtäviin käytetyn ajan välisiä yhteyksiä. Kartoittamalla opiskelijoiden motivaatiotausta ja yhdistämällä se oppimisanalytiikkadataan saamme lisäkäsitystä opiskeluprosessista. Suuremmat motivaatiokomponenttien arvot ennustavat, että tehtävät tehdään. Tämä toteutui Keskimäärin aikaa käyttäneillä (ks. Wigfield & Eccles, 2000). Sitä vastoin tehtävien tekemisen ja motivaation epälineaarinen yhteys tuli esille aikaa Eniten käyttäneiden ryhmässä, joka teki tehtävät, vaikka ryhmän odotus- ja hyötyarvokomponenttien arvot olivat edelliseen verrattuna merkitsevästi pienemmät. Siten pienemmät odotus- ja hyötyarvo-komponenttien arvot eivät välttämättä indikoi, että tehtäviä ei tehdä (ks. Goldman ym., 1973). Motivaatiotaustaltaan edellä mainittuja ryhmiä yhdistää se, että kiinnostus- tai saavutusarvon kokemukset eivät poikkea merkitsevästi toisistaan ryhmien välillä. Tuloksiemme perusteella näyttääkin siltä, että tehtävien tekemisen kannalta kiinnostus- ja saavutusarvot ovat korostetussa roolissa. Kiinnostusarvohan kuvaa tehtävästä pitämistä ja nautintoa sen tekemisestä, saavutusarvo puolestaan kuvaa tehtävän tärkeyttä omalle identiteetille (Eccles, 1983).

Kolmantena tavoitteena selvitimme opiskelijoiden motivaation ja eri tehtävätyyppien tekemisen välisiä yhteyksiä. Menestymisen odotukset mittaavat opiskelijan käsitystä siitä, pystyykö opiskelija tekemään tämän tehtävän tai miten hyvin tulee pärjäämään tällä opintojaksolla (Wigfield ym., 2006). Aineistossa on merkitsevä ero menestymisen odotuksissa kaikki tehtävät tehneiden ja tehtävät tekemättä jättäneiden opiskelijoiden välillä proseduraalista sujuvuutta mittaavissa tehtävissä. Jos aikaisempi kokemus matematiikan osaamisesta koulussa on heikkoa, voi tehtävätyypin tuttuus selittää sen, että tehtävä jää tekemättä. Sitä vastoin, jos tehtävätyyppi on opiskelijalle uusi, häneltä puuttuvat kokemukset tehtävätyypistä suoriutumisesta. Tämä voi selittää sen, miksi konseptuaalisten tehtävien tekemisen luokat eivät eroa menestymisen odotuksissa (ks. Joutsenlahti & Vainionpää, 2007).

Tämän tutkimuksen tulosten perusteella korkeampi kiinnostusarvo on tärkeä opiskelijan siirtyessä pelkistetystä tehtävästä monimutkaiseen tehtävään tai tutusta proseduraalispainotteisesta tehtävätyypistä uudentyyppiseen konseptuaalispainotteiseen tehtävätyyppiin (ks. Joutsenlahti & Vainionpää, 2008). Päinvastoin kuin muita tehtävätyyppejä, proseduraalisesti pelkistettyjä tehtäviä tehtiin riippumatta kiinnostusarvon kokemuksesta. Mahdollisesti näissä tehtävissä myös matalamman kiinnostusarvon omaavat opiskelijat kokivat onnistumisen ja kyvykkyyden tunteita (ks. Viljaranta & Tuominen, 2018), jota saattoi auttaa järjestelmän antama suora palaute. Jos tehtävässä on useampaa algoritmia tai saman algoritmin käyttöä useamman kerran, se nostaa kynnystä tehtävän tekemiseen erityisesti kiinnostusarvoltaan matalan identiteetin omaavien opiskelijoiden keskuudessa. Suurempi saavutusarvo näyttäytyi kaikkien tehtävien tekemisenä tehtävätyypistä riippumatta ja se on eräs tutkimuksen tärkeimmistä löydöksistä. Kaikki tehtävät tehneiden opiskelijoiden identiteetille oli tärkeää suoriutua hyvin tehtävistä (Eccles, 1983; Wigfield & Eccles, 2000).

Edellä esitettyjen löydösten pohjalta ViLLE-työskentelyä on mielekästä integroida kiinteämmäksi osaksi kurssisuoritusta. Esimerkiksi konseptuaalisesti monimutkaisissa tehtävissä oli havaittavissa keskeyttämistä kaikissa aikaryhmissä, minkä vuoksi tulevaisuudessa haluamme tarjota luokanopettajaopiskelijoille opettajan ja vertaisoppijoiden tukea ottamalla nämä tehtävät osaksi kurssin pienryhmissä tapahtuvaa työskentelyä. Lisäksi kannustamme matalamman saavutusarvon omaavia opiskelijoita tehtävien tekemiseen vahvistamalla tekemisen hyötyä kurssin arvosanaan vaikuttavien bonuspisteiden muodossa. Opettajaksi opiskelevien kyky nähdä tehtävät osana käsitteellistä ymmärtämistä luo perustan koulumatematiikan opetuskäytänteiden muutokselle (ks. Joutsenlahti & Lehtonen, 2018).

Matematiikan sisältöihin tutustuminen konkreettisten materiaalien avulla voi aiheuttaa myönteisiä muutoksia opiskelijoiden motivaationaaliseen suuntautumiseen (Kaasila, ym., 2008). Edellä esitettyjen toimenpiteiden avulla yritämme vaikuttaa opiskelijoiden odotuksiin ja arvoihin oman tekemisen ja onnistumisen kokemusten kautta. Samalla luomme uusia toimintamalleja suomalaisessa luokanopettajakoulutuksen tutkimuksessa esiin nostettuihin kehittämisvaateisiin esimerkiksi opiskelijoiden matematiikan osaamisen kehittämisen näkökulmasta.

Lähteet

Adams, R. V. & Blair, E. (2019). Impact of Time Management Behaviors on Undergraduate Engineering Students' Performance. *SAGE Open* 9(1). https://doi.org/10.1177/2158244018824506

Barr, D. & Wessel, L. (2018). Rethinking course structure: increased participation and persistence in introductory post-secondary mathematics courses. *Fields Mathematics Education Journal, 3 (3)*. https://doi.org/10.1186/s40928-017-0004-8.

Cambridge dictionary (2021). https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/persevering [luettu 11.10.2021]

Cangur, S. & Ercan, I. (2015) Comparison of model fit indices used in structural equation modeling under multivariate normality. *Journal of Modern Applied Statistical Methods, 14*(1), 152–167. https://doi.org/10.22237/jmasm/1430453580

Canobi, K. H. (2009). Concept-procedure interactions in children's addition and subtraction. *Journal of Experimental Child Psychology 102*, 131–149. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.07.008.

Conley, A. M. (2012). Patterns of motivation beliefs: Combining achievement goal and expectancy–value perspectives. *Journal of Educational Psychology, 104* (1), 32–47.

Eccles J. S., Adler, T. F., Futterman, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. L. & Midgley, C. (1983). Expectancies, values, and academic behaviors. Teoksessa J. T. Spence (toim.), *Achievement and achievement motivation* (s. 75–146). W. H. Freeman.

Ellis, P. D. (2010). *The Essential Guide to Effect Sizes. Statistical Power, Meta-Analysis, and the Interpretation of Research Results*. Cambridge University Press.

Eronen, L. (2019). Quasi-systematic minimalism within socio-constructivist learning of mathematics. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology 13*(1), 25–60.

Eskelinen, P. (2005). Luokanopettajaopiskelijoiden tieto- ja oppimiskäsityksen muuttuminen kollaboratiivisessa design-prosessissa. *Kasvatustieteellisiä julkaisuja, 110*. Joensuun yliopisto.

Field, A. (2013). *Discovering statistics using SPSS*. (4. painos). Sage.

Frade, C. & Borges, O. (2006). The tacit-explicit dimension of the learning of mathematics: an investigation report. *International Journal of Science and Mathematics Education, 4,* 293–317. https://doi.org/10.1007/s10763-005-9008-5.

Gilmore, C. K., Keeble, S., Richardson, S. & Cragg, L. (2019). The Interaction of Procedural Skill, Conceptual Understanding and Working Memory in Early Mathematics Achievement. *Journal of Numerical Cognition*, 3, 400–416. https://doi.org/10.5964/jnc.v3i2.51.

Goldman, R. D., Hudson, D. & Daharsh, B. J. (1973). Self-estimated task persistence as a nonlinear predictor of college success. *Journal of Educational Psychology, 65*(2), 216–221. https://doi.org/10.1037/h0034989

Gupta, A., Datta, S. & Das, S. (2018). Fast automatic estimation of the number of clusters from the minimum inter-center distance for k-means clustering. *Pattern Recognition Letters, 116 (1),* 72–79.

Haapasalo, L. (2011). *Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu*. Medusa-Software.

Haapasalo, L. (2004). Pitäisikö ymmärtää voidakseen tehdä vai pitäisikö tehdä voidakseen ymmärtää? Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 50–83). Niilo Mäki Instituutti.

Haapasalo, L. & Kadijevich, D. (2000). Two types of mathematical knowledge and their relation. *Journal Für Mathematikdidaktik, 21* (2), 139–157. https://doi.org/10.1007/BF03338914.

Hannula-Sormunen, M., Mattinen, A., Räsänen, P. & Ruusuvirta, T. 2018. Varhaisten matemaattisten taitojen perusta: synnynnäiset valmiudet, tietoinen toiminta ja vuorovaikutus. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 294–305). Niilomäki instituutti.

Heikkinen, H., Hästö, P., Kangas, V. & Leinonen, M. (2015). Promoting exploratory teaching in mathematics: A Design Experiment on a CPD course for Teachers, *Lumat 3*(6), 905–924. https://doi.org/10.31129/lumat.v3i6.1007.

Heinonen, J.-P. (2005). Opetussuunnitelmat vai oppimateriaalit – peruskoulun opettajien käsityksiä opetussuunnitelmien ja oppimateriaalien merkityksestä opetuksessa. *Tutkimuksia 257*. Helsingin yliopisto.

Heiskanen, H. (2016). Utilizing the MODEM philosophy in orchestrating integrated investigation spaces within the pit stop philosophy. Teoksessa Eronen, L. & Zimmermann, B.(toim.) *Mathematics and education: learning, technology, assessment*: Festschrift in honor of Lenni Haapasalo (s.49–58). Münster: WTM, Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.

Heiskanen, H., Eronen, L., Eskelinen, P. & Väisänen, P. (2021). Eri tiedonalapainotteiset tehtävätyypit luokanopettajaopiskelijoiden omaehtoisessa matematiikan opiskelussa. *FMSERA Journal*, 4(1), 16–30. https://journal.fi/fmsera/article/view/95438.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. Teoksessa J. Hiebert (toim.) *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1–27). Lawrence Erlbaum.

Hoffmann, J.D, Ivcevic, Z., Zamora,G., Bazhydai, M. & Brackett, M. (2016). Intended persistence: comparing academic and creative challenges in high school. *Social Psychology of Education*, 19, 793–814. https://doi.org/10.1007/s11218-016-9362-x

Hu, L.-T. & Bentler, P. M. (1998). Fit indices in covariance structure modeling: sensitivity to underparameterized model misspecification. *Psychological Methods*, *3*(4), 424–453.

Juvonen, A., Lehtonen, K. & Ruismäki, H. (2012). Musiikki vahvistaa uskoa omaan menestymiseen myös muissa aineissa: Musiikkiharrastus ja oppilaiden suhtautuminen koulun oppiaineisiin. *Musiikkikasvatus, 15*(1), 7–23.

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2017). Multimodal languaging as a pedagogical model - a case study of the concept of division in school mathematics. *Education Sciences 7*(1), 1–9. https://doi.org/10.3390/educsci7010009

Joutsenlahti, J., & Lehtonen, D. (2018). Luokanopettajaopiskelijoiden arviointeja ei-rutiinimaisista matematiikan tehtävistä. *FMSERA Journal, 2*(1), 89–98. Retrieved from https://journal.fi/fmsera/article/view/69880

Joutsenlahti, J. & Vainionpää, J. (2008). Oppikirja vai harjoituskirja? Perusopetuksen luokkien 1–6 matematiikan oppimateriaalin tarkastelua MOT-projektissa. Teoksessa A. Kallioniemi (toim.) *Uudistuva ja kehittyvä ainedidaktiikka. Ainedidaktinen symposiumi 8.2.2008 Helsingissä*. Tutkimuksia. (s. 547–558). Helsingin yliopisto.

Joutsenlahti J. & Vainionpää J. (2007). Minkälaiseen matemaattiseen osaamiseen peruskoulussa käytetty oppimateriaali ohjaa? Teoksessa K. Merenluoto, A. Virta, P. Carpelan (toim.) *Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet: Ainedidaktinen symposium 9.2.2007*. (ss. 184–191). Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B 77.

Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A & Pehkonen, E. (2008). Socio-emotional orientations and teacher change. *Educational Studies in Mathematics volume 67*(2), 111–123.

Kadijevich, D. M. (2018). Relating Procedural and Conceptual Knowledge. *Journal Teaching of Mathematics, 21*(1), 15–28.

Laakso, M., Kaila, E. & Rajala, T. (2018). ViLLE – collaborative education tool: Designing and utilizing an exercise-based learning environment. *Education and Information Technologies, 23*(3), https://doi.org/10.1007/s10639-017-9659

Laine, A. & Hannula, M. (2010). Matematiikan didaktiikka luokanopettajakoulutuksessa. Teoksessa A. Kallioniemi, A. Toom, M. Ubani & H. Linnansaari (toim.), *Akateeminen luokanopettajakoulutus: 30 vuotta teoriaa, käytäntöä ja maistereita* (s. 197–212). Finnish Educational Research Association. University of Jyväskylä.

Lauritzen, P. (2012). *Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematical Functions*. Publications of the University of Eastern Finland Dissertations in Education, Humanities, and Theology, 34. University of Eastern Finland.

Lehtonen, D. (2022). ´Now I Get It!´: Developing a Real-World Design Solution for Understanding Equation-Solving Concepts. *Tampere University Dissertations, 538*. University of Tampere. https://trepo.tuni.fi/handle/10024/136918

Lukin, T. (2013). Motivaatio matematiikan opiskelussa–seurantatutkimus motivaatiotekijöistä ja niiden välisistä yhteyksistä yläkoulun aikana. *Dissertations in Education, Humanities, and Theology, 47*. University of Eastern Finland.

Locke, E.A. (1991). The motivation sequence, the motivation hub and the motivation core. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 50, 288–299.

McGrath, C. A., Gipson, K., Pierrakos, O., Nagel, R., Pappas, J. & Peterson, M. (2013). An evaluation of freshman engineering persistence using Expectancy-Value Theory. *IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)*, 1644–1650. https://doi.org/10.1109/FIE.2013.6685117.

McPherson, G. E. & O'Neill, S. A. (2010). Students' motivation to study music as compared to other school subjects: A comparison of eight countries. *Research Studies in Music Education, 32*(2) 101–137. https://doi.org/10.1177/1321103X10384202.

Merenluoto, K. &. Pehkonen, E. (2004). Luokanopettajiksi opiskelevien matemaattinen osaaminen ja ymmärtäminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 414–436). Niilo Mäki Instituutti.

Metsämuuronen, J. (2009). Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. 4. laitos 1. painos. International Medhelp ky.

Metsämuuronen, J. (2017). *Oppia ikä kaikki Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus Karvi. Haettu 2.9.2021 osoitteesta https://karvi.fi/app/uploads/2017/03/KARVI_0117-1.pdf

Mononen, R., Aunio, P. Väisänen, E., Korhonen, J. & Tapola, A. (2017). *Matemaattiset oppimisvaikeudet*. PS-kustannus.

Niemi, E. K. (2004). Perusopetuksen oppimistulosten kansallinen arviointi ja tulosten hyödyntäminen koulutuspoliittisessa kontekstissa. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000. *Turun yliopiston julkaisuja C 216*. Turun yliopisto.

Nogueira de Lima, R. & Tall, D. (2008). Procedural embodiment and magic in linear equations. *Educational Studies in Mathematics, 67*. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9086-0.

Nummenmaa, L. (2009). *Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät*. Tammi.

Phuong, M. T. H. (2019). On the procedural – conceptual based taxonomy and its adaptation to the multi-dimensional approach SPUR to assess students' understanding mathematics. *American Journal of Educational Research*, *7*(3), 212–218.

Rittle-Johnson, B. & Schneider, M. (2015). Developing Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics. Teoksessa: R. C. Kadosh & A. Dowker (toim.), *Oxford handbook of numerical cognition*, (s. 1118–1134). Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.014.

Schaefers, K. G., Epperson, D. L. & Nauta, M. M. (1997). Women's career development: Can theoretically derived variables predict persistence in engineering majors? *Journal of Counseling Psychology, 44*(2), 173–183. https://doi.org/10.1037/0022-0167.44.2.173

Shena, C., Mielea, D. B. & Vasilyevaa, M. (2016). The relation between college students' academic mindsets and their persistence during math problem solving. *Psychology in Russia: State of the Art Volume 9* (3), 38–56.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15* (5), 4–14.

Tall, D. (2004). Introducing three worlds of mathematics. *For the Learning of Mathematics, 23* (3), 29–33.

Tossavainen, T. & Juvonen, A. (2015). Finnish primary and secondary school students' interest in music and mathematics relating to enjoyment of the subject and perception of the importance and usefulness of the subject. *Research Studies in Music Education, 37* (1), 107–121. https://doi.org/10.1177/1321103X15589259

Tossavainen, T. & Leppäaho, H. (2018). Matematiikan opettajien ja opettajaksi opiskelevien matemaattisesta osaamisesta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 294–305). Niilomäki instituutti.

Tossavainen, T., Väisänen, P., Merikoski, J. K., Lukin, T. & Suomalainen, H. (2015). A Survey on the Permanence of Finnish Students' Arithmetical Skills and the Role of Motivation. *Education Research International*. https://doi.org/10.1155/2015/213429.

Viholainen, A., Partanen, M., Piiroinen, J., Asikainen, M. & Hirvonen, P. E. (2015). The role of textbooks in Finnish upper secondary school mathematics: theory, examples, and exercises. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*(3–4), 157–178.

Viljaranta, J. & Tuominen, H. (2018). Oppiaineiden arvostukset: tärkeää, hyödyllistä, kiinnostavaa vai kuormittavaa. Teoksessa K. Salmela-Aro (toim.) *Motivaatio ja oppiminen*. (s. 101–119). PS-kustannus.

Wigfield, A. & Eccles, J.S. (2000). Expectancy–value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology 25*, 68–81. https://doi.org/10.1006/ceps.1999.1015.

Wigfield, A., Eccles, J.S., Schiefele, U., Roeser, R. & Davis-Kean, P. (2006). Development of achievement motivation. Teoksessa W. Damon & N. Eisenbeg (toim.) *Handbook of child development*. (s. 121–146). Wiley.

Wu, F., Fan, W., Arbona, C. & Rosa-Pohl, D. (2020). Self-efficacy and subjective task values in relation to choice, effort, persistence, and continuation in engineering: an Expectancy-value theory perspective. *European Journal of Engineering Education, 45*(1), 151–163. https://doi.org/10.1080/03043797.2019.1659231