

# Matematiikan osaamistaso ja matemaattisen minäkäsityksen kehitys alakoulusta toiselle asteelle

Reito Visajaani Salonen<sup>1</sup> ja Markku S. Hannula<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Koulutuksen arviointikeskus, Kasvatustieteellinen tiedekunta, Helsingin yliopisto

<sup>2</sup> Kasvatustieteellinen tiedekunta, Helsingin yliopisto

Matematiikan osaamisen ja matemaattisen minäkäsityksen välillä on vahva positiivinen yhteys. Matematiikkaan liittyvän minäkäsityksen ja osaamistason pitkittäiset muutokset ja näiden vaikutukset auttavat ymmärtämään erilaisten oppijoiden valintojen taustoja suomalaisen koulu-uran aikana aina toisen asteen loppuun asti. Kartoitimme suomalaisten oppijoiden minäkäsityksen ja osaamistason yhteyttä Kansallisen koulutuksen arviointikeskuksen (KARVIN) vuosina 2008–2015 keräämän matematiikan arviointiaineiston pohjalta. Tarkasteluun käytimme ristiviiveyhteyksien paneelimallia (cross-lagged panel model, CLPM) sekä KARVIN pitkittäistutkimuksessa tunnistettua lukiolaisten luokittelua heidän suorittamiensa matematiikan kurssien määrän perusteella. Havaitimme opiskelijoiden minäkäsityksen heikkenevän ja eri koulupolkujen osaamistasojen välisten erojen kasvavan. Ammatillisella puolella minäkäsitys vakiintuu peruskoulun lopun tasolle, kun taas lukiossa paljon kursseja suorittaneiden keskuudessa peruskoulun aikainen korkea minäkäsitys laskee voimakkaasti. Näillä ryhmillä peruskoulun osaamistaso on voimakkaammin yhteydessä toisen asteen lopun minäkäsitykseen kuin peruskoulun lopun minäkäsitys toisen asteen lopun osaamistasoon. Muissa luokittelun ryhmissä vastaavissa yhteyksissä ainoastaan peruskoulun lopun minäkäsityksellä on merkitsevä yhteys toisen asteen lopun osaamistasoon. Tutkimuksemme mukaan oppilaan vertaisryhmän tason vaikutus (ns. "Big Fish, Little Pond" -vaikutus) selittää minäkäsityksen muutoksia toisella asteella.

## ARTIKKELIN TIEDOT

LUMAT General Issue  
Vol 10 No 1 (2022), 267–293

Lähetetty 17.12.2021  
Hyväksytty 30.5.2022  
Julkaistu 8.8.2022

Sivuja: 27  
Lähteitä: 65

Yhteydenotot:  
visajaani.salonen@helsinki.fi

[https://doi.org/10.31129/  
LUMAT.10.1.1732](https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.1.1732)

Avainsanat: matematiikka, osaaminen, minäkäsitys, toinen aste, cross-lagged panel model, "Big Fish, Little Pond"

## 1 Johdanto

Useimpien opiskelijoiden tarina koulussa etenee noin kolmentoista vuoden ajan esikoulusta peruskoulun kautta ylioppilastutkinnon tai ammatillisen tutkinnon suorittamiseen. Koululaisten ja opiskelijoiden polun seuraaminen pitkäjänteisesti, kuten Kansallisen koulutuksen arviointikeskuksen (KARVIN) matematiikan oppimistulosten pitkittäistutkimuksessa (Metsämuuronen, 2017), on kansainvälisestikin harvinaista. Tässä kansallisessa arvioinnissa samoja opiskelijoita seurattiin kolmen vuoden välein kolmannelta luokalta lähtien ammattikoulun (Metsämuuronen & Salonen, 2017) ja lukion (Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017) loppuun asti. KARVIN keräämän aineiston analysointi on avannut mahdollisuuden



hahmottaa entistä paremmin opiskelijoiden kehityksen eri vaiheissa tapahtuneita muutoksia ja havaita erilaisia koulupolkuja kulkevien välisiä eroja.

Opiskelijat tekevät merkittäviä koulutukseensa vaikuttavia valintoja siirtyessään peruskoulusta toiselle asteelle. Opiskelijat hajaantuvat yhteiseltä koulupolulta ammatilliseen koulutukseen ja lukioon, ja täten opiskelijoiden vertaisryhmä ja heidän matematiikassa kohtaamansa vaatimukset eivät ole enää samanlaiset. Tässä tutkimuksessa keskeisenä kysymyksenä on analysoida, miten osaamisen ja minäkäsityksen välinen yhteys muuttuu peruskoulusta toiselle asteelle siirryttäessä.

Analysoimme KARVIN pitkäikäistutkimuksen aineistosta matematiikan minäkäsityksen ja osaamistason välisiä pitkäikäisiä vaikutuksia myöhempään minäkäsitykseen ja osaamistasoon. Aikaisempi tutkimus vastaavasta aineistosta (Hannula ym., 2014) arvioi peruskoulun aikana tapahtuneita pitkäikäisiä muutoksia tätä tutkimusta vastaavilla muuttujilla. Vaikka alun perin aineiston toisen asteen tulokset ja siirtymä toiselle asteelle on raportoitu kattavasti KARVIN ”Oppia ikä kaikki” -raportissa (Metsämuuronen, 2017; Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017; Metsämuuronen & Salonen, 2017), käsitellään tässä artikkelissa erityisesti, miten oppilaan aikaisempi osaaminen ja minäkäsitys vaikuttavat näiden samojen tekijöiden kehitykseen toisen asteen aikana. Jaamme opiskelijat ryhmiin toisen asteen opiskelupaikan, ylioppilaskoevalintojen ja hyväksytysti suoritettujen matematiikan kurssien määrän perusteella. Tämä auttaa ymmärtämään paremmin opiskelukontekstin vaikutusta kehittymiseen.

Tämän tutkimuksen keskeisinä käsitteinä ovat minäpystyvyys (Bandura, 1986) ja minäkäsitys (Marsh ym., 1985), ja niiden kehitystä tutkitaan ”Big Fish, Little Pond” -vaikutuksen valossa (Fang ym., 2018; Holm ym., 2020; Marsh, 1984; Marsh, 1987).

## 1.1 Minäkäsitys, minäpystyvyys ja sosiokognitiivinen teoria

Minäkäsitys (*self-concept*) ja minäpystyvyys (*self-efficacy*) ovat läheisiä käsitteitä, ja Banduran (1986) mukaan ne limittyvätkin päällekkäin. Myös Lee (2009) on huomauttanut, että niiden erottaminen voi olla välillä haastavaa kummankin perustuessa yksilön itsensä arvioon kyvystään suoriutua tehtävistä. Kuitenkin useimpien maiden oppilasaineistoissa minäkäsitys ja minäpystyvyys pidetään empiirisesti erillisinä käsitteinä (ma.). Tässä tutkimuksessa käytämme minäkäsityksen rinnakkaiskäsitettä minäpystyvyyttä ainoastaan selventämään aikaisempien tutkimusten sijoittumista tutkimuskentässä. Aineiston mittarista, jossa

kysyttiin omaa kyvykkyyttä ja mielipidettä oppiaineesta, käytämme käsitettä matemaattinen minäkäsitys. Mittari kuitenkin sisältää elementtejä sekä minäkäsityksen että minäpystyvyyden mittareista.

Minäkäsitys kuuluu asenteiden tutkimusalueelle. Asenteet ovat samanaikaisesti sekä tilannekohtaisia että suhteellisen pysyviä. Onkin kyseenalaista tutkia eri opintopolut valinneiden oppilaiden asenteita vain hetkittäisen tilanteen pohjalta. Hannulan (2002) artikkelissaan esittämä tapaustutkimus osoitti, että asenteet voivat muuttua suhteellisen nopeasti, jo muutamassa kuukaudessa. Lisäksi toisen asteen siirtymän jälkeen kaikkien opiskelijoiden analysointi yhtenä joukkona johtaa yksipuolisiin tuloksiin, jotka eivät kuvasta sitä valintojen tuottamaa variaatiota, mitä kukin toisen asteen opintoaara pitää sisällään.

Matemaattinen minäkäsitys on alakäsite laajemmalle minäkäsitykselle. Marsh ja kollegat (1988) osoittivat minäkäsityksen hierarkkisen luonteen: yleinen akateeminen minäkäsitys jakaantuu erillisiksi matemaattisen ja verbaalisen minäkäsityksen ulottuvuuksiksi (ks. myös Marsh ym., 1985). Edellä mainituissa Marshin ja kollegoiden tutkimuksissa (1985, 1988) todettiin matemaattisella osaamisella olevan positiivinen vaikutus matemaattiseen minäkäsitykseen, mikä myöhemmässä tutkimuksessa pystyttiin tulkitsemaan yleiseksi ilmiöksi (Marsh & Hau, 2004). Matemaattisen minäkäsityksen ja verbaalisen minäkäsityksen välillä on eroja ja niiden välillä on huomattu paradoksaalinen suhde (Marsh ym., 2019), jossa matemaattinen minäkäsitys kulkee verbaalisen minäkäsityksen kanssa vastakkaissuuntaisesti. Täten tulokset eivät ole yleistettävissä suoraan kaikkiin oppiaineisiin. Minäkäsitys vaikuttaa myös vastoinkäymisten sietämiseen (Martin & Marsh, 2008). Tämän tutkimuksen kontekstissa on mahdollista tutkia minäkäsityksen kehittymistä riippuen opinnoissa suoriutumisesta.

Sosiokognitiivisessa teoriassa (Bandura, 1986) yksilöt ovat kokemuksen tuottajia ja muokkaavat tapahtumia (Bandura, 2000), ja heidän toimijuutensa, esimerkiksi sopeutuminen, on oleellista (Bandura, 2006). Pajares ja Miller (1995) ovat käyttäneet minäpystyvyyden käsitettä yksittäistä tehtävää laajemmissa osaamisalueissa (kurssimenestys, pääaineen valinta). Uskomukset matematiikan kurseilla menestymisestä olivat yhteydessä pääaineisiin, joissa vaaditaan paljon matemaattisesti painottuvia kurseja. Vastaavan ilmiön voisi olettaa esiintyvän myös toiselle asteelle siirryttäessä, koska silloin opiskelijat hajaantuvat kaikille yhteiseltä koulupolulta eri suuntiin, ja opiskelijoiden vertaisryhmä ja heidän kohtaamansa vaatimukset eivät ole enää samanlaiset.

Yksilön käsitys omasta minäpystyvyydestään perustuu sen hetkiseen fyysiseen oloon ja emotionaaliseen tilaan (Bandura, 2012), jolloin yksilön käsitys minäpystyvyydestä on suuressa roolissa tutkittaessa minäpystyvyyden kehittymistä ja muuttumista yksilön kasvaessa. Koska yksilöiden toiminta ohjautuu ja kumpuaa osittain uskosta omaan kyvykkyyteen (Bandura, 1997), toiminnan mielekkyys ja valinnat opinnoissa ohjautuvat osittain yksilöstä itsestään. Henkilöt, joilla on heikko minäpystyvyys, vetäytyvät vaikeista tehtävistä (Bandura, 1993) kokien ne henkilökohtaisesti uhkaavina, kun korkea minäpystyvyys puolestaan johtaa yksilöä kohtaamaan haasteen ja sitoutumaan toimintaan. Yksilön kokemaa kykyä suoriutua tai menestyä tehtävässä voidaan pitää pohjana minäkäsitykselle tämän artikkelin sekä käytetyn aineiston kontekstissa. Käyttämämme minäkäsitys eroaa Banduran esittämästä minäpystyvyydestä mittaamalla laajemmin minäkäsityksen matemaattisen osaamisen itseluottamus-komponenttia kuin tehtävästä suoriutumisen pystyvyysuskomusta.

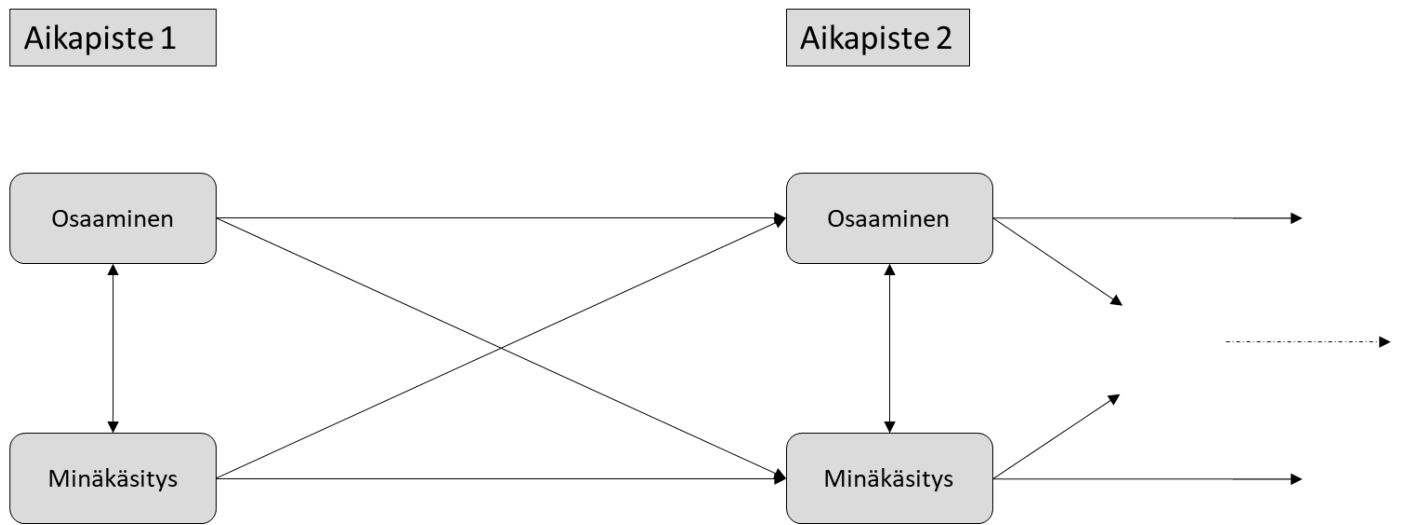
Yksilötasolla minäpystyvyyden ja osaamisen välinen yhteys on selkeä, mutta kansallisella tasolla yhteys on monimutkaisempi. Useissa Aasian maissa korkea matemaattinen suoriutuminen yhdistyy alhaiseen minäpystyvyyteen, kun taas länsimaissa osaaminen on alhaisempaa, mutta minäpystyvyys korkea (Lee, 2009). Minäpystyvyyden ja osaamisen välisen yhteyden voimakkuus vaihtelee Leen (ma.) tutkimien 41 maan välillä ollen Suomessa joukon korkein.

## 1.2 Pitkittäisten ja hetkittäisten yhteyksien synergia

Matematiikan osaamisen ja minäkäsityksen kumulatiiviset vaikutukset ovat opetuksen ja oppimisen näkökulmasta kaksiteräinen miekka. Matematiikassa menestyviä positiivinen minäkäsitys tukee entistä parempiin suorituksiin. Toisaalta juuri kumulatiivisten vaikutusten vuoksi koulun on vaikea tukea oppilaita, joille jo varhaisessa vaiheessa on muodostunut heikko minäkäsitys. Tämän ilmiön ymmärtäminen auttaa kohdentamaan opiskelijoiden tarpeiden mukaan tukitoimia osaamisen ja minäkäsityksen vahvistamiseen.

Sosiokognitiivisen teorian näkökulmasta tutkimuksemme käsittelee jatkumoa, jossa tilanteessa syntyvä kokemus ja sen pitkittäiset vaikutukset ilmenevät samanaikaisesti (Kuvio 1). Osaaminen ja minäkäsitys muodostavat kaksikon, joiden välinen suhde voi olla kahdella mittauskerralla samanlainen, mutta silti mittaushetkien välillä on tapahtunut muutosta yksilössä. Aikapisteiden välissä tapahtuvat muutokset voivat lisätä tai vähentää hetkellisten yhteyksien

voimakkuuksia. Näitä yhteyksiä tutkimme ristiviiveyhteyksien paneelimallilla (*cross-lagged panel model*, CLPM), joka kuvataan tarkemmin menetelmäluvussa.



Kuvio 1. Osaamisen ja minäkäsityksen jatkumo pitkittäistutkimuksessa

Osaamisen, minäkäsityksen ja minäpystyvyyden tutkimuksessa muuttujien väliset yhteydet eroavat toisistaan tarkasteltaessa pitkittäisesti ja mittauskerran sisäisesti. Sosiokognitiivisen teorian mukaan yksilö ohjaa toimintaansa pitkäjännteisesti ja uskoo kykenevänsä vaikuttamaan omiin elämäntapahtumiinsa (Bandura, 2001), joten minäpystyvyyden tulisi pidemmän ajan kehityksessä olla määräävä tekijä. Toisaalta minäkäsitykseen vaikuttaa vertaisryhmä, johon yksilö omia suorituksiaan vertaa (Marsh, 1987). Peruskoulun jälkeiset koulutusvalinnat jakavat opiskelijat erilaisiin vertaisryhmiin, jolloin osaamisen ja minäkäsityksen kehitys ei välttämättä toimi kaikilla koulupoluilla samalla tavalla.

Vaikka matematiikan osaaminen ennustaa minäpystyvyyden tasoa, se ei kuitenkaan ennusta sen muutoksia (Grigg ym., 2018). Pajaresin ja Grahamin (1999) yhden lukuvuoden mittaisessa pitkittäistutkimuksessa minäpystyvyyden ja suoriutumisen välillä ainoa tilastollisesti merkitsevä pitkittäisyhteys oli, että minäpystyvyys ennusti matematiikassa menestymistä lukuvuoden eri vaiheissa.

Sekä minäkäsityksen ja osaamisen että minäpystyvyyden ja osaamisen välinen suhde on ristiriitainen. Esimerkiksi Ma ja Kishor (1997) päätyivät laajan meta-analyysin perusteella esittämään, että minäpystyvyyden vaikutus matematiikan osaamisen muutokseen on merkittävämpi kuin vastakkaissuuntainen vaikutus. Kuitenkin Hannula ja kollegat (2014) osoittivat KARVIN keräämän aineiston peruskouluvaiheessa vallitsevan yhteyden olevan osaamisesta minäkäsitykseen. He

havaittivat myös, että peruskoulun kolmannelta luokalta kuudennelle keskeisin pitkittäinen vaikutus on osaamisesta matematiikan minäkäsitykseen, mutta siitä yläkoulun yhdeksännelle edetessä osaamisen ja minäkäsityksen välillä on kaksisuuntainen pitkittäisvaikutus. Tätä tukee Peixoton ja kollegojen (2017) tutkimus, jossa havaittiin osaamisella olevan voimakas vaikutus tunteisiin, vaikka kyse onkin korrelaatioista mittauskerran sisällä. On epäselvää, onko suomalaisen aineiston erilaisten tutkimustulosten syynä tutkimusasetelman ja käytettyjen mittarien erot vai onko kyse aidosti suomalaisen kulttuurin ja koulutusjärjestelmän erosta muihin tutkimuskonteksteihin verrattuna. Man ja Kishorin (1997) meta-analyysi perustuu pääosin yhdysvaltalaiseen koulukontekstiin. Myös Lee (2009) huomioi länsimaisen Euroopan erottuvan Aasiasta siinä, että asenteet ja osaaminen ovat keskenään tasapainoinen kokonaisuus.

Aikaisempi tutkimus (Lee, 2009; Marsh ym., 2019) on pyrkinyt löytämään universaaleja opiskelijan minäkäsityksen ja osaamisen välisiä suhteita ja mahdollisten erilaisten kontekstien vaikutusta on pyritty lähinnä kontrolloimaan. Tulokset käsitellään usein koko ikäluokan tasolla tai puhtaasti kouluvalintojen perusteella. Tarkasteltaessa koko otosta yhdessä ryhmässä unohdetaan kuitenkin erilaisten kokemusten kirjo, jolloin erilaisten koulutusvalintojen kautta tulevilla kontekstimuutoksella voi olla merkittävä vaikutus onnistumiskokemuksiin ja sitä kautta minäpystyvyyden kokemukseen. Myös aikajänne on usein lyhyt, jolloin on vaikea saada kokonaiskuvaa opiskelijoiden kokemuksista läpi koko koulu-uran.

### 1.3 Big Fish, Little Pond

Tässä artikkelissa tarkastellaan siirtymävaihetta toiselle asteelle, jolloin opiskelupaikan vaihtuminen ja opintojen muuttuminen kurssimuotoiseksi ovat iso kontekstin muutos opiskelijan koulupolulla. Toiselle asteelle siirtyneen opiskelijan käsitys omasta kyvykkyydestään matematiikassa voi muuttua voimakkaasti, koska hänen uusi vertaisjoukkonsa on erilainen opiskelulinjasta sekä valitusta matematiikan laajuudesta riippuen. Toisaalta tehdyt valinnat vaikuttavat myös siihen, millainen osaaminen opiskelijan on toisella asteella mahdollista saavuttaa.

Tutkimme tässä artikkelissa toiselle asteelle siirtyneiden opiskelijoiden uuden vertaisryhmän aiheuttamaa ”Big Fish, Little Pond” -vaikutusta (*Big Fish, Little Pond Effect*, BFLPE; Marsh, 1984). Marsh ja kollegat (2008a) esittivät BFLPE:n osana akateemisen minäkäsityksen muodostumista, jolloin kyvyltään samanlaisilla opiskelijoilla on tavallisessa koulussa parempi minäkäsitys kuin kouluissa, jotka



valitsevat opiskelijansa. Sosiaalinen vertailu on oleellinen osa BFLPE:n vaikutusmekanismia (Marsh, 1987). Opiskelijan varsinaista suoriutumista opinnoissa ei ole tarkasteltu aikaisemmin valintojen ja niissä kurssien suorittamisen kautta, vaan lähinnä osaamisen kautta tai uskomuksena omasta kyvystä suoriutua kursseista (Pajares & Miller, 1995; Froiland & Davison, 2016). Kontekstin pysyessä samana kaikille opiskelijoille hetkittäinen minäkäsitys suhteutuu toisiin vastaavissa olosuhteissa oleviin opiskelijoihin.

Fang ja kollegat (2018) ovat tehneet kattavan meta-analyysin viime vuosikymmenien BFLPE:n tutkimuksesta. Sosiaalinen vertailu saa opiskelijat tuntemaan osaamisensa huonommaksi hyvin suoriutuneiden joukossa, kun taas heikosti suoriutuneiden joukossa he kokevat suoriutumisensa paremmaksi (Fang ym., 2018; Marsh, 1990; Niepel ym., 2014). BFLPE on havaittu niin lahjakkailla (Preckel ym., 2008; Fang ym., 2018) kuin tuen tarpeessa olevilla opiskelijoillakin (Marsh & Craven, 2006). Suomalaisia peruskoulun kahdeksaslukkalaisia tutkineet Holm ja kollegat (2020) havaitsivat BFLPE:n olevan voimakas heikosti menestyvillä opiskelijoilla. Fang ja kollegat (2018) toivat esiin, että kaikissa tutkimuksissa BFLPE:n olemassaoloa ei ole kuitenkaan havaittu, tai vaikutus on ollut korkeintaan erittäin heikko (Sung ym., 2014; Liou, 2014). Tutkimuksemme kannalta mielenkiintoinen havainto on Fangin ja kollegoiden (2018) meta-analyysin johtopäätös, että BFLPE on voimakkainta ikäryhmässä, joka vastaa toisen asteen opintoja. Suomalaisessa koulujärjestelmässä suurin muutos opiskeluryhmissä tapahtuu siirryttäessä toiselle asteelle.

Metsämuuronen (2017) totesi matematiikan asenteen ja kouluvalinnan välillä olevan yhteys toisen asteen valinnassa, positiivisemmin asennoituneiden hakeutuessa todennäköisemmin lukioon opiskelemaan. Hän myös osoitti lukiossa suoritettujen matematiikan kurssien määrän olevan positiivisesti yhteydessä myönteiseen asennoitumiseen. Raportissa ei kuitenkaan käsitelty minäkäsityksen muutosta tai erilaisten valintojen vaikutusta opiskelijan minäkäsitykseen. Tämä jättää avoimeksi, miten minäkäsitys kehittyy koulupolun aikana ja eroaako minäkäsitys jo pidemmällä ajalla eri tavoin opinnoistaan toisella asteella suoriutuneiden välillä. BFLPE:n tutkiminen keskeisessä siirtymävaiheessa antaa mahdollisuuden arvioida opiskelijoiden valintojen seurauksia. Käyttämämme luokittelu (luku 2.1) nostaa esiin lukiossa etenkin sekä vähän että paljon kursseja suorittaneet, mutta myös ammatillisen koulutuksen omana kokonaisuutenaan.

## 1.4 Tutkimuskysymykset

Opiskelijoiden matemaattisen minäkäsityksen ja opintomenestyksen välillä on siis todettu selkeä yhteys, joka on Suomessa korkeampi kuin muissa maissa. Aikaisempi tutkimus minäkäsityksen ja osaamisen vastavuoroisesta vaikutuksesta on antanut ristiriitaisia tuloksia. Ilmeisesti kehitykseen vaikuttaa opiskelijan ikä ja opiskelukonteksti. Yksi vaikuttava tekijä on vertaisryhmä, jonka taso vaikuttaa opiskelijan minäkäsitykseen. Tässä tutkimuksessa selvitetään opiskelijan matematiikan osaamisen ja minäkäsityksen pitkittäistä kehitystä keskittyen erityisesti muutoksiin peruskoulusta toisen asteen loppuun.

Tutkimuksessa etsitään vastauksia seuraaviin kysymyksiin:

1. Miten voimakkaita ovat erisuuntaiset matematiikan osaamisen ja minäkäsityksen väliset pitkittäisvaikutukset? Minkälainen on minäkäsityksen ja osaamisen ristiviiveiden voimakkuuksien suhde (onko jompikumpi vaikutussuunta toista voimakkaampi)?

Metsämuuronen (2017) ei KARVIN raportissa käsitellyt minäkäsityksen muutosta ja erilaisten valintojen vaikutusta opiskelijan minäkäsitykseen. Tämä jättää avoimeksi, miten minäkäsitys kehittyy koulupolun aikana ja eroaako minäkäsitys jo pidemmällä ajalla eri tavoin opinnoistaan toisella asteella suoriutuneiden välillä. Aineistosta tehty aiempi tutkimus (Hannula ym., 2014) havaitsi, että alakoulun aikana ainoa merkittävä pitkittäisvaikutus oli osaamisesta minäkäsitykseen, mutta yläkouluun siirryttäessä vaikutus oli melko tasapainoisesti kaksisuuntainen koko ikäluokassa. Tällä perusteella voidaan olettaa tässäkin tutkimuksessa yhteyden olevan vastaavanlainen kuin yläkoulussa, eli ristiviiveyhteyksissä minäkäsityksestä osaamiseen ja osaamisesta minäkäsitykseen olisivat yhtä voimakkaat.

2. Miten aineistosta on mahdollisesti tunnistettavissa minäkäsityksen ja osaamistason välillä ”Big Fish, Little Pond” -vaikutusta käyttämämme luokittelun perusteella?

Suomalaisilla peruskouluoppilailta BFLPE on voimakkainta heikoiten menestyneillä opiskelijoilla (Holm ym., 2020). Aiempaa tutkimusta opintojen laajuuden yhteydestä minäkäsityksen pitkittäisiin muutoksiin on vähän. Varsinkin suomalaisessa koulussa ammatillinen ja lukiokoulutus suuntautuvat vahvasti erilaiseen urakehitykseen, minkä vuoksi vertailu on ollut vähäistä. BFLPE:n



tutkiminen on kuitenkin osoittanut vertaisryhmän vaikuttavan opiskelijan kokemukseen minäkäsityksestä keskenään vastaavan tasoilla opiskelijoilla. Lisäksi lukiossa on keskitytty ylioppilaskoesuoriutumisen vaikutuksiin. Froiland ja Davison (2016) esittivät, että haastavien kurssien valitsemisen ja sisäisen motivaation välillä on positiivinen yhteys. Voidaan siis olettaa, että minäkäsityksen ja osaamistason pitkittäiset muutokset eroavat erilaisten valintojen mukaan. BFLPE:n tutkiminen koulutuksen keskeisissä siirtymävaiheissa antaa mahdollisuuden arvioida opiskelijoiden valintojen seurauksia.

## 2 Menetelmät

Pitkittäisten vaikutusten tutkiminen jää usein melko lyhytjänteiseksi. Pitkittäistutkimukset ulottuvat tyypillisesti parista lukukaudesta korkeintaan muutamaan peräkkäiseen lukuvuoteen. Erityisen arvokkaaksi tässä tutkimuksessa käytettävän KARVIN aineiston tekee se, että se kattaa lähes koko peruskoulun ja toisen asteen.

### 2.1 Aineisto, aineiston luokittelu

Aineisto käsittää KARVIN pitkittäistutkimukseen (Metsämuuronen, 2017) osallistuneet opiskelijat, joilla matematiikan osaaminen ja minäkäsitys on mitattu jokaisella neljällä mittauskerralla. Pitkittäistutkimukseen toisella asteella osallistui 2051 opiskelijaa, joista täydelliset tiedot koko pitkittäistutkimuksen ajalta saatiin 1491 opiskelijalta (Taulukko 1). Aineisto on kerätty vuosina 2005–2015 samoilta henkilöiltä peruskoulun kolmannella (2005), kuudennella (2008), yhdeksännellä luokalla (2012) sekä toisen asteen kolmantena opintovuotena (2015).

**Taulukko 1.** Otoskoot käytetyn luokittelun mukaisesti ryhmiteltyinä

Ryhmä	N Otos	N Alkuperäinen (Karvi 2017)
Ammatillinen	512	742
0–6 kurssia lukiossa	115	165
7–11 kurssia lukiossa	450	618
12 kurssia tai enemmän kurssia lukiossa	414	526
<b>Yhteensä</b>	<b>1491</b>	<b>2051</b>

Aineiston luokittelu toisella asteella perustuu jakoon ammatillisen ja lukiokoulutuksen välillä. Lukion matematiikan opinnot luokitellaan useimmiten ylioppilaskokeen matematiikan koevalinnan perusteella. Silloin ei kuitenkaan pystytä tunnistamaan opiskelijoita, jotka ovat opiskelleet pitkän matematiikan mutta kirjoittavat ylioppilaskokeessa lyhyen matematiikan. Tässä tutkimuksessa tunnistamme lukiossa opiskelijoiden erilaisia valintoja heidän suorittamiensa matematiikan kurssien määrän perusteella (0–6 kurssia, 7–11 kurssia, 12 kurssia tai enemmän). Käytämme ylioppilaskoevalintaa lähtökohtana suoritettujen kurssien niputtamiseen suuremmiksi ryhmiksi, jolloin kuvaamme samaan aikaan varsinaisen koulutyön sujuvuutta mutta myös todennäköisintä vaihtoehtoa opiskelijan tekemälle lopulliselle ylioppilaskoevalinnalle. Luokittelun kurssimäärien rajat perustuvat päätöspuuanalyysissä (*decision tree analysis*) havaittuun todennäköisimpään ylioppilaskoevalintaan ja luokittelu vastaa Metsämuurosen (2017) raportissa käyttämää luokittelua (ei kirjoita matematiikkaa, lyhyt matematiikka, pitkä matematiikka). Luokittelu ja menetelmä on yksityiskohtaisemmin kuvattu mainitussa raportissa.

Käyttämämme luokittelun avulla voidaan selvittää lukion aikaisten kurssisuoritusten vaikutusta opiskelijoiden minäkäsitykseen ja osaamiseen. Tutkimukset rajataan toisella asteella usein lukioon, ja ammatillisen koulutuksen mukana pitäminen on harvinaisempaa. Käytämme luokittelussa ammatillista koulutusta omana luokkana. Tällöin pääsemme vertaamaan koulutyyppien väliltä yhtäläisyyksien lisäksi myös eroavaisuuksia.

## 2.2 Mittarit

Tässä tutkimuksessa minäkäsityksen mittarina käytetään Metsämuurosen (2012) Fenneman ja Shermanin (1976) mittarien pohjalta muokkaamaa lyhennettyä versiota (Metsämuuronen, 2013, 2017). Hannulan ja kollegoiden (2014) tutkimuksessa käytettiin samoja mittareita, joissa pitkittäistutkimuksen kaikista kysymyksistä on valittu jokaisessa tiedonkeruuvaiheessa esiintyneet yhteiset kysymykset. Yhteisiä kysymyksiä eri tutkimuskertojen välillä oli neljä erilaista. Kysymyksissä opiskelijalta kysyttiin, tuntee ko hän olevansa hyvä matematiikassa, onko matematiikka helppoa, tuntee ko hän asiat matematiikassa vaikeiksi sekä kykeneekö selviämään vaikeista asioista. Käytetyt kysymykset olivat samat eri arviointikerroilla lukuun ottamatta ensimmäistä kyselyä, jota oli oppilaiden iän vuoksi jonkin verran yksinkertaistettu.

Matemaattista minäkäsitystä on mitattu 5-portaisella Likert-asteikolla, paitsi kolmannen luokan mittauksessa, jossa käytettiin 4-portaista asteikkoa. Kolmannen luokan väittämät skaalattiin lineaarisesti vastaamaan 5-portaisen Likert-asteikon mittausväliä. Minäkäsityksen väittämistä laskettiin summamuuttujat keskiarvojen vertailua varten. Tässä tutkimuksessa paneelimallissa käytettiin minäkäsityksen kysymyksien pohjalta muodostettuja latentteja muuttujia, jotka kuvaavat kysymysryhmiä käsittelevää piilevää ominaisuutta yksittäistä kysymystä laajemmin. Tällaista latenttia ilmiötä pystytään harvoin havainnoimaan suoraan. Eri arviointiraporteissa (Metsämuuronen, 2017; Metsämuuronen, 2013; Niemi & Metsämuuronen, 2010; Huisman, 2006) on käytetty mukana asteikossa muitakin kysymyksiä. Tässä tutkimuksessa on siis paitsi eri osaotos, myös jossain määrin eri mittarit kuin jo julkaistuissa arviointiraporteissa, joten muuttujien saamat arvot eivät ole täysin vastaavat edellisiin julkaisuihin verrattuna.

Käytetyssä aineistossa oppilaan matematiikan osaamistaso on mallinnettu osiovastemallinnuksella (ks. osiovasteteoria, Rasch, 1960) käyttäen yksiparametrista logistista mallia OPLM:ää (Verhelst ym., 1995). Mallinnuksen lähtökohtana on ollut vertaistaa osaamistaso kaikilta mitatuilta kerroilta vastaamaan asteikkoa, jossa keskiverto yhdeksännen luokan oppilas saa pisteikseen 500 skaalatulla arviointiasteikolla. Osiovastemallinnuksessa eri mittauskertojen välillä on yhteisiä tehtäviä ja ikätasoon sovitettuja mittauskertakohtaisia tehtäviä. Vastaajia verrataan toisiinsa eri tehtävissä suoriutumisen pohjalta, minkä perusteella muodostetaan osaamistasoarvio suhteessa muihin osallistujiin. Mallinnus on kuvattu tarkemmin Metsämuuronen (2017) pitkittäisarvioinnin raportissa, ja käytämme tässä tutkimuksessa samoja osaamistasoarvioita kuin pitkittäistutkimuksen raporteissa.

### 2.3 Ristiviiveyhteyksien paneelimalli (cross-lagged panel model, CLPM)

Ristiviiveyhteyksien paneelimallilla (*cross-lagged panel model*, CLPM) tutkitaan eri aikapisteissä mitattujen ilmiöiden ajassa tapahtuvia keskinäisiä yhteyksiä, kuten kuviossa 1 on havainnollistettu. Tällä voidaan tutkia tieteelle ja poliittiselle päätöksenteolle tärkeitä kausaalisia yhteyksiä (Zyphur ym., 2020), vaikka niiden toteamisessa on syytä olla varovainen (Hill, 1965). CLPM-malleja kritisoidaan etenkin niiden kyvyttömyydestä mitata yksilötason kausaalisia suhteita (Hamaker ym., 2015).

CLPM-malleja voidaan muodostaa useilla eri tavoilla (Zyphur ym., 2020). Tässä tutkimuksessa olemme valinneet tarkastelevamme vain edellisen aikapisteen

ilmiöiden vaikutusta seuraavan aikapisteen ilmiöihin sekä ajanhetken ilmiöiden keskinäisiä yhteyksiä. Tällöin mallissa on mukana pitkittäisistä yhteyksistä ristiviiveyhteydet ja autoregressiiviset yhteydet. Ilmiöiden keskinäisen voimasuhteen arviointi on mahdollista ristiviiveyhteyksien avulla, jolloin kuviossa 1 esitetyn tilanteen mukaisesti voimme arvioida, vaikuttaako edellisen ajanhetken minäkäsitys voimakkaammin osaamiseen vai onko edellisen osaamisen vaikutus minäkäsitykseen voimakkaampi. Arvioimalla usean aikapisteen yli yhteyksien estimaattien eli kertoimien voimakkuutta, voidaan suotuisassa tilanteessa puhua ryhmätasolla kausaliteetista tai vähintäänkin assosiaatiosta yhteyksissä. On hyvä muistaa tulkintoja tehdessä, että yhteyden merkitsevyyden tulisi olla mieluusti erittäin merkitsevä ja aineistosta riippuen kertoimet eivät suoraan kerro kausaliteetista (Mund ym., 2021). Mallin toimivuutta latenttien selittäjänä ei voi taata ristiviiveyhteyksiä tutkiessa CLPM-mallilla (Hamaker ym., 2015).

Käytämme tässä tutkimuksessa CLPM-paneelimallia siihen kohdistuvasta kritiikistä huolimatta pitääksemme tulokset aiemman vaiheen tulosten kanssa vertailukelpoisina (Hannula ym., 2014). Tuloksia ei käytetä kausaliteetin tutkimiseen vaan kokonaiskuvan ymmärtämiseen. Autoregressioiden ja ristiviive-efektien kohdalla standardoitu estimaatti katsotaan vahvaksi sen ollessa suurempi kuin 0,5, vaikkei kirjallisuudessa olekaan tälle vakiintunutta raja-arvoa. Kokemattoman lukijan helpottamiseksi sovellamme siis samanlaista termistöä korrelaatiokerrointen vahvuuden tulkinnasta (Kozak, 2019). Korkeammat arvot kertovat standardoiduissa estimaateissa vahvemmassa yhden suhde yhteen -sopivuudesta (Siegel, 2016).

## 2.4 Aineiston käsittely

Aineiston tilastollinen analyysi on suoritettu käyttämällä MPLUS 8.6 (Muthen & Muthen 1998–2017) ja IBM SPSS versio 25 (IBM Corp., 2017) -tilastojenkäsittelyohjelmistoja. Aineistosta muodostettiin MPLUS-ohjelmistolla paneelimalli, *cross-lagged panel model* (CLPM), ensiksi kaikille oppilaille yhdessä ja sen jälkeen käyttäen ryhmittelyyn suoritettujen kurssien määrää (Taulukko 2). Analyysissä käytettiin vain täydelliset vastaukset kyseisiin muuttujiin (*listwise deletion*) ja MPLUS-ohjelmiston vakaan suurimman uskottavuuden estimaattia MLR:ää (*robust maximum likelihood*).

Malleista arvioitiin yhteensopivuutta khiin neliön jakaumalla ( $MLR\chi^2$ ), yleistä riittävyttä CFI-indeksillä (*comparative fit index*) ja suhdekoon vaikutusta TLI-indeksillä (*Tucker-Lewis index*). Mallin yleistä riittävyttä arvioitiin käyttämällä

keskimääräistä jäännöskorrelaatiota SRMR:ää (*standardized root mean square residual*) sekä teoreettisen mallin vertaamista täydelliseen malliin keskineliövirheen neliöjuuren approksimoinnilla RMSEA:lla (*root mean square error of approximation*). Lisäksi arvioitiin mallin toimintaa aineiston ulkopuolella Akaiken (AIC) ja bayesilaisen informaatiokriteerin (BIC) avulla. Yleisesti hyväksytyinä rajoina pidetään useissa lähteissä (Halme ym., 2014; Hooper ym., 2008; Schreiber ym., 2006) seuraavia:  $SRMR \leq 0.08$ ,  $RMSEA \leq 0.07$ ,  $TLI \geq 0.95/0.90$  ja  $CFI \geq 0.95/0.90$ .

**Taulukko 2.** Käytettyjen mallien tilastolliset tunnusluvut

Malli	MLR $\chi^2$	df	CFI	TLI	RMSEA	SRMR	AIC	BIC
Koko malli	820.531	158	.956	.947	.053	.035	70895.985	71278.152
Ryhmämalli	1486.390	704	.939	.935	.055	.053	69293.996	70440.351

CFI- ja TLI-arvot olivat yli esitettyjen rajojen molemmissa malleissa sekä SRMR ja RMSEA alle käytettyjen raja-arvojen (Taulukko 2). Koska tutkimusasetelmassa käsitellään pitkittäisiä vaikutuksia ristiin vain aikapisteestä seuraavaan aikapisteeseen, esitetään taulukossa 2 vain tunnusluvut malleista käytettyjen mallien osalta.

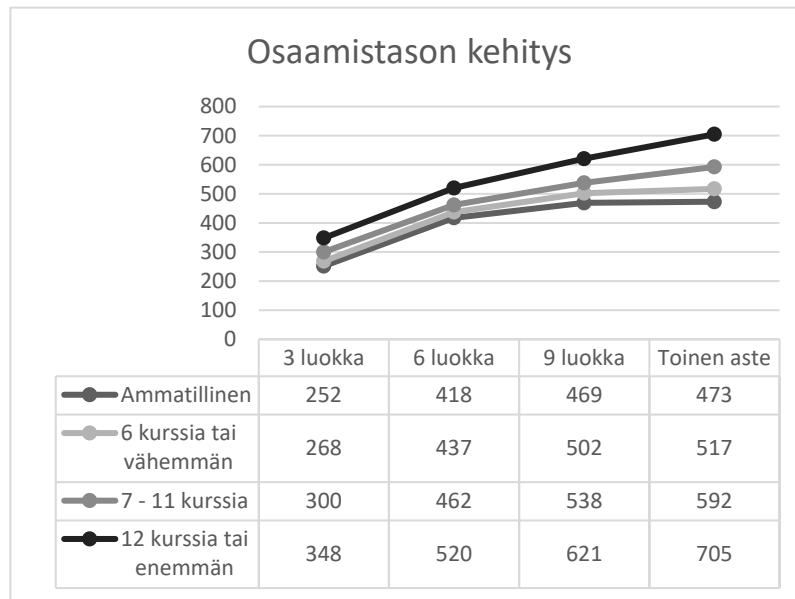
### 3 Tulokset

Tulososiossa esitämme ensin tulokset kuvailevien tietojen ja koko joukon paneelimallin osalta. Tämän jälkeen jokaisen kurssisuoritusluokittelun mukainen ryhmä käydään läpi paneelimallien osalta.

#### 3.1 Kuvailevat tiedot

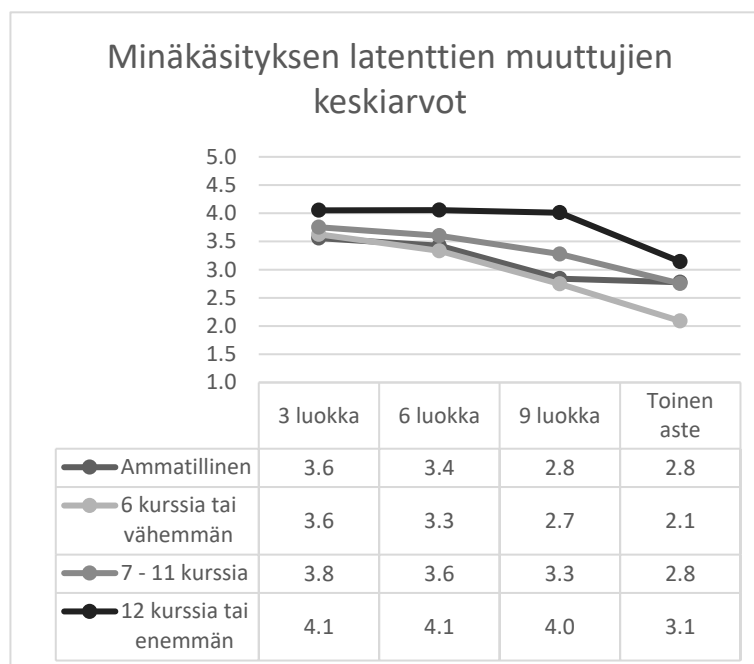
Osaamisen ja minäkäsityksen mitatut tasot eriytyvät toisistaan ajan kuluessa. Luokitellut ryhmät ovat osaamistasoltaan selvästi erilaiset jo peruskoulun lopussa (Kuvio 2) erojen kasvaessa toisen asteen aikana. Toisella asteella huomattavimmin omaa osaamistasoaan kohentavat yli kuusi kurssia hyväksytysti suorittaneet, kun ammatillisen koulutuksen valinneet ja vähiten kursseja lukiossa suorittaneet parantavat osaamistaan vain vähän. Tulokset osaamistason osalta ovat tutkimuksemme rajatulla otoksella vastaavat Metsämuurosen (2017) raportoimien

tulosten kanssa.



Kuvio 2. Osaamisen tason kehitys kolmannelta luokalta (2005) ammattikoulun ja lukion loppuun (2015)

Matematiikkaan liittyvä minäkäsitys heikkenee koulu-uran aikana (Kuvio 3). Siirtyminen peruskoulusta toiselle asteelle näkyy selkeimmin ammatillisen koulutuksen ja eniten kursseja lukiossa suorittaneiden joukossa matematiikkaan liittyvässä minäkäsityksessä.



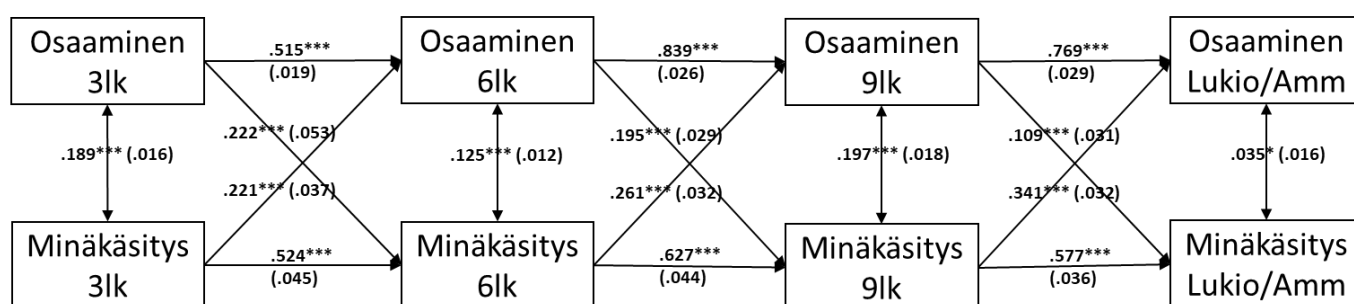
Kuvio 3. Minäkäsityksen kehitys kolmannelta luokalta (2005) ammattikoulun ja lukion loppuun (2015)



Eniten kursseja lukiossa suorittaneiden joukossa minäkäsitys pysyy korkealla tasolla aina peruskoulun loppuun asti, jonka jälkeen se laskee voimakkaasti. Ammatillisessa koulutuksessa minäkäsityksen taso vakiintuu peruskoulun lopun tasolle. Muilla lukion ryhmittelyn joukoilla minäkäsityksen laskua tapahtuu koko koulu-uran ajan.

### 3.2 Kokonaismalli

Kokonaismallin tulokset näyttävät yleisen linjan opiskelijoiden minäkäsityksen ja osaamistason suhteesta suomalaisessa koulusysteemissä alaluokilta toisen asteen loppuun. Kaaviossa 1 esitetään koko aineistosta muodostettu paneelimalli, jossa on nähtävissä jokainen vaihe ja takautuva vaikutus kolmannelta luokasta toisen asteen loppuun. Tämä kokonaiskuva on tärkeä ajateltaessa opinnoissa toiselle asteelle siirtymistä ja peruskoulun aikana tapahtuvaa kehitystä. Kokonaiskuvan avulla kykenemme ymmärtämään koulupolun aikana tapahtuvien muutosten keskinäiset riippuvuudet ja säännönmukaisuudet. Kaavioissa 1–5 ristiviive-efektien arvot on sijoitettu kuviossa lähemmäs yhteyden alkupäätä luettavuuden helpottamiseksi.



Kaavio 1. Paneelimalli ilman ryhmittelyä. \* =  $p < 0.05$ . \*\*\* =  $p < 0.001$ .  
Yhteyksissä esitetty standardoitu estimaatti ja suluissa sen keskiarvo.

Pitkittäisesti matemaattinen osaaminen ja minäkäsitys vakiintuvat yksilötasolla vahvasti koulu-uran aikana (estimaatti  $> 0.5$ , ks. luku 2.3). Vaikka oppilaan osaamisen pitkittäinen vaikutus myöhempään osaamiseen voimistuu peruskoulun aikana, heikkenee tämä yhteys hieman siirtymässä toiselle asteelle. Minäkäsityksen vakiintuminen on vahvinta siirryttäessä alakoulusta yläkoulun loppuun ja jatkuu voimakkaana lukion loppuun siirryttäessä. Osaaminen on kuitenkin minäkäsitykseen verrattuna voimakkaammin vakiintunut alakoulun jälkeen.

Minäkäsityksen vaikutus myöhempään osaamiseen voimistuu koko tutkitun koulupolun ajan. Vastaavasti osaamisen vaikutus myöhempään minäkäsitykseen

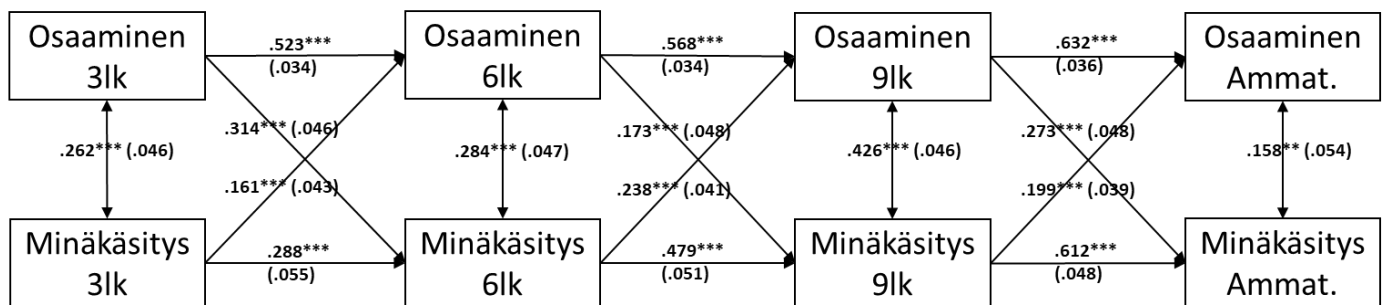
heikkenee koko ajan. Peruskoulun osaamistasolla on merkitsevä vaikutus minäkäsitykseen toisella asteella, mutta peruskoulun päättövaiheen minäkäsityksen yhteys toisen asteen lopun osaamistasoon on vahvempi. Kokonaisuutena minäkäsityksen ja osaamistason välillä on kaksisuuntainen pitkittäisvaikutus, jossa koulu-uran edetessä minäkäsityksen pitkittäinen vaikutus osaamistasoon on hieman voimakkaampi.

### 3.3 Ryhmittelykohtaiset mallit

Analysoimme eri koulupolkuja neljällä mallilla, jotka on analysoitu samalla periaatteella kuin kokonaismalli. Tulokset esitetään koulupolkujen ryhmittelyn mukaisessa järjestyksessä alkaen ammatillisesta koulutuksesta. Tuloksissa käsitellään kaaviosta esiin nousevat ryhmän tärkeimmät huomiot.

#### 3.3.1 Ammatillinen koulutus

Ammatillisen koulutuksen valinneiden nuorten minäkäsitys laski vähiten siirtymässä toiselle asteelle, mutta tämän ryhmän osaamistaso jäi myös heikoimmaksi (Kuvio 2). Paneelimallin (Kaavio 2) kaikki yhteydet ovat merkitseviä, joten osaamistason ja minäkäsityksen välillä on pitkittäisesti kaksisuuntainen vaikutus toisiinsa, jolloin siis minäkäsityksen ja osaamisen välinen yhteys on ristiviiveyhteyksissä merkitsevä jokaisella mittauskerralla.



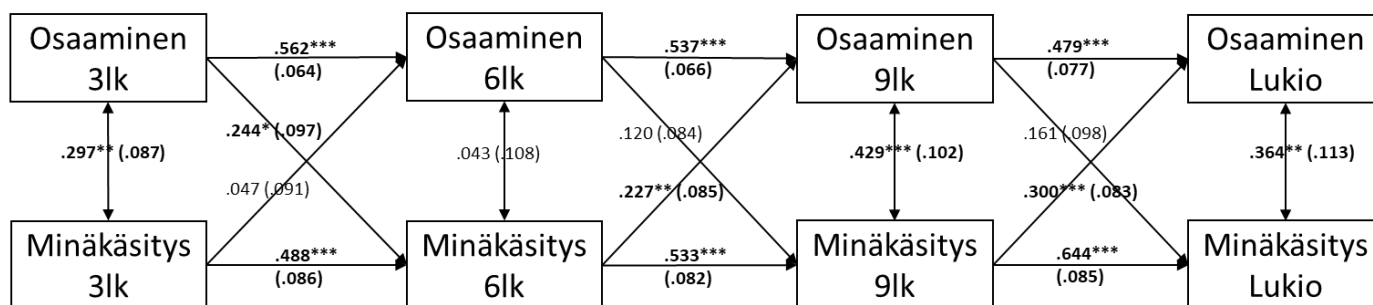
Kaavio 2. Ammatillisen koulutuksen paneelimalli. \*\* =  $p < 0.01$ . \*\*\* =  $p < 0.001$ .  
Yhteyksissä esitetty standardoitu estimaatti ja suluissa sen keskirvirhe.

Ammatillisen koulutuksen opiskelijoilla on vaihtelua vaikutuksen voimakkuudessa suuruusjärjestyksessä ristiviiveyhteyksissä. Heillä alaluokilla sekä toisen asteen siirtymässä vaikutus on enemmän osaamistasosta minäkäsitykseen, kun yläluokilla minäkäsitys vaikuttaa hieman vahvemmin. Peruskoulun päättyessä

minäkäsitys ja osaamistaso ovat vahvasti yhteydessä toisiinsa. Yhteydet ryhmitellyissä malleissa ovat ylipäättään vahvemmat mittauskertojen sisällä, koska otos on rajatumpi. Minäkäsitys on suhteellisen vakiintumaton vielä alakoulussa, mutta peruskoulun jälkeen muutokset ovat vähäisempiä ja peruskoulun lopun osaamistasolla on merkitsevä vaikutus ammatillisen koulutuksen lopun minäkäsitykseen.

### 3.3.2 Kuusi kurssia tai alle hyväksytysti suorittaneet

Kuusi kurssia tai alle suorittaneet kuuluvat lukiossa lyhyessä matematiikassa vain pakolliset kurssit suorittaneisiin tai hitaasti opinnoissa edistyneihin. Sekä osaamistason että minäkäsityksen osalta lukion heikoiten suoriutuneet ovat lähellä ammatillisen koulutuksen opiskelijoita. Ryhmän sisäisesti tarkasteltu pitkittäisanalyysi (Kaavio 3) tuo esiin, miten minäkäsityksen ja osaamistason pitkittäiset voimasuhteet vaihtuvat ajan kuluessa.



Kaavio 3. Paneelimalli alle 7 kurssia lukiossa matematiikka suorittaneista. \*\* =  $p < 0.01$ . \*\*\* =  $p < 0.001$ . Yhteyksissä esitetty standardoitu estimaatti ja suluissa sen keskivirhe.

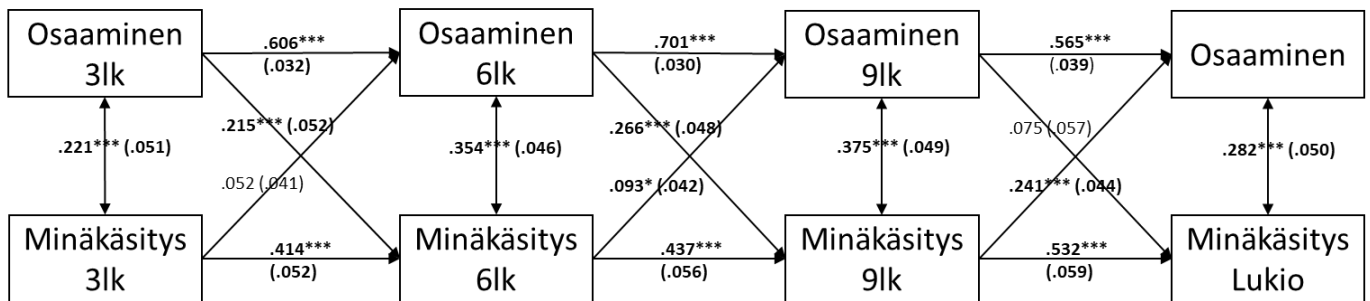
Alakoulun aikana osaamistaso vaikuttaa minäkäsityksen muodostumiseen, jonka jälkeen minäkäsitys muodostuu määrittäväksi tuleville osaamistasoille yläkoulun ja toisen asteen aikana. Minäkäsitys heikkenee (keskiarvo 3.6  $\rightarrow$  2.1, Kuvio 3) koko koulu-uran ajan, mikä yhdessä voimistuvan (0.488  $\rightarrow$  0.644) edellisen minäkäsityksen yhteydellä uuteen minäkäsitykseen tarkoittaa, ettei opinnoista tai kontekstista tule tukea vahvistamaan omaa minäkäsitystä paremmaksi. Siis minäkäsityksen laskiessa ajan kuluessa tapahtuu lasku yhä vahvemmin koko ryhmässä.

Kuudennella luokalla minäkäsitys ja osaaminen eivät ole merkitsevässä yhteydessä keskenään. Alakoulun siirtymässä ristiviiveyhteyksissä osaamistaso on merkitsevä kuudennen luokan minäkäsitykseen, kun myöhemmissä siirtymissä

minäkäsityksen vaikutus osaamistasoon on merkitsevä. Mallia tulkittaessa on huomioitava pienestä ryhmäkoosta johtuvat suhteellisen korkeat keskivirheet.

### 3.3.3 Seitsemästä yhteentoista kurssia hyväksytysti suorittaneet

Seitsemästä yhteentoista kurssia hyväksytysti suorittaneet käsittää kaksi erilaista opiskelijaryhmää, joita meidän aineistomme tiedoilla ei pysty erottelemaan. Osa on lyhyttä matematiikkaa pakolliset ja lisäkursseja lukeneita, kun osalla on pakolliset 10 kurssia tai vähemmän suoritettu pitkästä matematiikasta. Tämän ryhmän paneelimallissa (Kaavio 4) on selkeimmät erot pitkittäisten vaikutusten voimakkuuksissa.

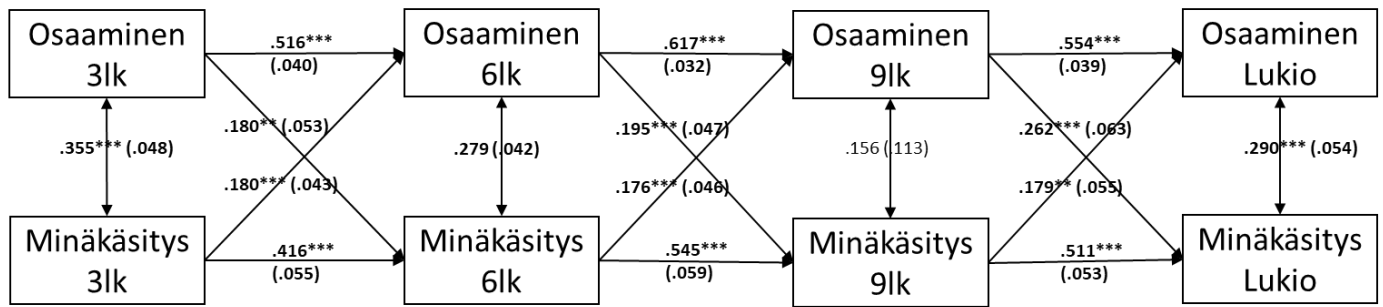


Kaavio 4. Paneelimalli ryhmästä 7–11 kurssia lukiossa suorittaneista. \* =  $p < 0.05$ . \*\*\* =  $p < 0.001$ . Yhteyksissä esitetty standardoitu estimaatti ja suluissa sen keskivirhe.

Etenkin 7–11 kurssia suorittaneiden lukiolaisten minäkäsitykseen ei peruskoulun päättövaiheen osaamisella ole yhteyttä. Edellisen mittauskerran osaamisella on erittäin merkitsevä yhteys minäkäsitykseen aina peruskoulun loppuun asti. Edellinen mitattu minäkäsitys voimistuu vähitellen koko koulu-uran ajan, saavuttaen erittäin merkitsevän yhteyden osaamistasoon toiselle asteelle siirryttäessä. Mitatuissa keskiarvoissa (3.3 -> 2.8, Kuvio 3) minäkäsitys heikkenee toiselle asteelle siirryttäessä, jolloin lukiossa ei kyetä muuttamaan käsityksiä itsestä osajana positiivisempaan suuntaan minäkäsityksen samalla vakiintuessa (0.414 -> 0.532) opintojen loppua kohti.

### 3.3.4 Kaksitoista tai yli kurssia hyväksytysti suorittaneet

Lukiossa yli yksitoista kurssia suorittaneet ovat lähes yksinomaan pitkän matematiikan kirjoittaneita. Heidät voidaan mieltää parhaiten suoriutuneiksi ja täten edustavan parhainta matemaattista kyvykkyyttä ikäluokassa. Lähes kaikki yhteydet pitkittäisessä analyysissä olivat merkitseviä tai erittäin merkitseviä (Kaavio 5).



Kaavio 5. Paneelimalli 12 kurssit tai enemmän lukiossa matematiikkaa suorittaneista. \* =  $p < 0.05$ . \*\*\* =  $p < 0.001$ . Yhteyksissä esitetty standardoitu estimaatti ja suluissa sen keskivirhe.

Peruskoulun lopussa osaamisen ja minäkäsityksen välillä ei havaita yhteyttä, mikä johtunee pääosin siitä, että tässä ryhmässä kaikki ovat hyvin peruskoulun matematiikassa menestyneitä. Läpi koulu-uran minäkäsityksellä ja osaamistasolla on kaksisuuntainen pitkittäisvaikutus ristiviiveyhteyksissä osaamisen ja minäkäsityksen kehitykseen. Kuten [kuviossa 2](#) huomataan, matemaattinen minäkäsitys laskee voimakkaasti toisen asteen loppuun mennessä (4.0 → 3.1), mutta minäkäsityksellä on edelleen voimakas pitkittäisvaikutus tulevaan minäkäsitykseen (0.511, [Kaavio 5](#)). Tällöin siis minäkäsitys laskee etenkin niillä, joilla ryhmässä on ollut hieman heikompi käsitys itsestään suhteessa matemaattiseen kyvykkyyteen ja oppiaineen helppouteen.

## 4 Pohdinta

### 4.1 Rajoitukset

Tutkimuksen yhtenä rajoitteena on osallistujien kato ammatillisen koulutuksen valinneiden ryhmässä, mikä suurelta osin johtuu opiskelijoiden viimeisenä vuonna suorittamasta työharjoittelusta ja muutenkin vähemmän koulumuotoisesta opiskelusta. Otos kuitenkin on riittävän suuri, sillä se vastaa kooltaan muita käytetyn luokittelun ryhmiä. Lukiossa kurssien suorittamiseen perustuvaa luokittelua rajoittaa puuttuva tieto opiskellun matematiikan laajuudesta. Tällä lisätiedolla olisi ollut mahdollista luoda tarkemmin erotteleva jako, jonka avulla olisi voitu ymmärtää paremmin myös matematiikan vaativuuden mukanaan tuomia erityispiirteitä. Luokittelun heikkous korostuu 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä, johon kuuluu sekä lyhyen matematiikan useita valinnaiskursseja suorittaneita että pitkän matematiikan melko suppeasti suorittaneita opiskelijoita. On myös huomioitava, että

tutkimuksessa päätettiin ottaa mukaan vain täydellisen vastauksen antaneet eikä vastauksien arvoja ole tarvinnut miltään osin estimoida.

Tässä tutkimuksessa käytetty lukiolaisten luokittelu poikkeaa tyypillisestä ratkaisusta, jossa opiskelijat jaetaan kolmeen ryhmään ylioppilaskirjoitusten matematiikan laajuuden mukaan (pitkä, lyhyt, ei kirjoittanut). Tämä voidaan nähdä rajoituksena tai vahvuutena tutkimukselle. Hyväksytysti suoritettujen kurssien määrään perustuvalla luokittelulla tuomme esiin opiskelussa kurssien suorittamisen vaikutusta paremmin, kuin tarkastelemalla vain ylioppilaskoetta luokittelevana tekijänä. Ylioppilaskokeen matematiikan laajuuden ja arvosanojen käyttäminen mittareina toki ennustaa tulevia uravalintoja (Nikulainen, 2019; Kupiainen ym., 2018), kuten myös LUMA-aineiden valinta lukiossa (Pursiainen, 2016). Tässä tutkimuksessa käytetty luokittelu kuitenkin kuvaa paremmin lukion aikaista opinnoissa etenemistä ja kursseista suoriutumista, jonka opettajat voivat havainnoida jo opintojen aikana. On kuitenkin huomioitava, että analyysiä olisi mahdollista vielä parantaa yhdistämällä siihen opiskellun matematiikan laajuus.

## 4.2 Johtopäätökset

Oppilaiden luokittelu ammattikoulun ja lukion suorittajiin sekä lukiossa vielä tarkempi luokittelu suoritettujen matematiikan kurssien lukumäärän perusteella avaa näkökulman siihen, mitä pelkästään ylioppilastutkintovalintaa tai oppilaitosvalintaa tarkastelemalla ei havaita. Luokittelu valaisee etenkin ammatillisen koulutuksen ja lukion välisiä eroja sekä toimii lukiossa vähän ja paljon kursseja suorittavien tarkasteluun.

Tutkimuksessa kysyimme matemaattisen minäkäsityksen ja osaamistason pitkittäisvaikutusten suuntaa ja voimakkuutta. Mitatuilla keskiarvoilla osaaminen nousee ja minäkäsitys heikkenee vuosien kuluessa. Käytetyn luokittelun ryhmien keskimääräinen osaamistaso asettuu jo koulupolun varhaisessa vaiheessa lopullisen tason suuntaisesti. Minäkäsitys heikkenee voimakkaasti peruskoulun jälkeen luokittelun kaikilla lukion ryhmillä, mutta ammatillisen koulutuksen valinneiden kohdalla minäkäsitys pysyy peruskoulun lopun tasolla. Kaikissa muodostetuissa paneelimalleissa osaamistaso ja minäkäsitys ovat vahvasti yhteydessä edelliseen tasoonsa viimeistään toisen asteen loppuun siirryttäessä.

Edellisten tutkimusten (Hannula ym., 2014; Ma & Kishor, 1997) tavoin havaitsimme osaamistason ja minäkäsityksen välillä selkeästi kaksisuuntaisen vaikutuksen. Kaksisuuntaisuus korostuu etenkin ammatillisen koulutuksen



valinneiden ja lukiossa eniten kursseja suorittaneiden kohdalla. Tämä tutkimus osoittaa osaamistasolla olevan koko otoksen osalta tasavahva pitkittäinen yhteys minäkäsitykseen aina peruskoulun loppuun asti, mutta tämän jälkeen asetelma kääntyy minäkäsityksen vahvemiksi yhteydeksi osaamistasoon. Oppilaan iän on aikaisemminkin todettu vaikuttavan minäkäsityksen ja osaamisen väliseen yhteyteen (esim. Fang ym., 2018). Koulun alkuvuosina osaaminen on tärkeä tekijä opiskelijan rakentaessa itsestään kuvaa matematiikan opiskelijana ja muodostaessa minäkäsitystään suhteessa oppiaineeseen.

Minäkäsityksellä on suuri merkitys oppilaan tehdessä omia valintojaan ja sitä kautta myös osaamisen kehitykseen. Opiskelijat, joilla on korkeampi minäkäsitys peruskoulun lopussa, suorittavat lukiossa enemmän kursseja. Lukiossa vähän kursseja tai 7–11 kurssia suorittaneilla peruskoulun lopun minäkäsitys on merkitsevässä roolissa määrittämässä lukion lopun osaamistasoa. Ammatillisen koulutuksen ja lukiossa eniten kursseja suorittaneiden keskuudessa peruskoulun lopun osaamistaso on vahvemmin yhteydessä toisen asteen lopun minäkäsitykseen kuin peruskoulun lopun minäkäsitys toisen asteen lopun osaamistasoon. Erytispiirteenä voidaan sanoa osaamistason olleen peruskoulussa jo alkujaankin matalalla ennen ammattikouluun siirtymistä, kun taas paljon lukiossa kursseja suorittaneiden keskuudessa minäkäsitys on ollut myös peruskoulussa korkealla suhteessa ikätovereihin. On huomattava, että kaikille ryhmille peruskoulun lopun minäkäsityksellä on merkitsevä yhteys toisen asteen lopun osaamistasoon ryhmien sisäisissä tarkasteluissa. Täten käyttämällä hyväksytysti suoritettujen kurssien määrää luokittajana löydetään erilaisia minäkäsityksen ja osaamistason välisiä yhteyksiä ja voimasuhteita sekä siirtymästä toiselle asteelle että varhaisemmista opiskelun vaiheista.

Toisena tutkimuskysymyksenä oli ”Big Fish, Little Pond” -vaikutus. BFLP-vaikutus on havaittavissa etenkin ammatillisen koulutuksen ja lukiossa paljon kursseja hyväksytysti suorittaneiden joukossa. Ammatillisessa koulutuksessa osaamisen ja minäkäsityksen suhteet ovat paneelimallin mukaan vahvoja peruskoulun jälkeenkin, mutta tämän ryhmän minäkäsitys ei toisella asteella enää laske. Lukiossa vähiten kursseja suorittaneet ovat peruskoulun lopussa osaamistasoltaan ammattikoulun valinneita hieman parempia, mutta minäkäsitykseltään saman tasoisia. Vähiten kursseja suorittaneiden kohdalla minäkäsitys heikkenee entisestään toisen asteen loppuun siirryttäessä. Toisaalta he ovat valitusta laajuudesta riippumatta lukiossa heikoimmin suoriutuvia suhteessa

muihin opiskelijoihin. Lukiossa paljon kursseja suorittaneiden minäkäsitys on korkealla tasolla koko peruskoulun ajan, mutta lukion lopussa mitattu minäkäsitys on laskenut huomattavasti. Tällöin yhtenä selittävänä tekijänä on valikoidummassa ryhmässä tapahtuva sosiaalinen vertailu (Marsh, 1990). Muihin opiskelijoihin minäkäsitys suhteutuu valikoituneemmassa joukossa taidoiltaan vähemmän vaihtelevaan vertaisryhmään kuin peruskoulussa.

### 4.3 Keskustelua

Suomalaisessa koulutusjärjestelmässä toisen asteen siirtymässä opiskelijat erkaantuvat erilaisille poluille opinnoissaan. Oppilas hakeutuu peruskoulun jälkeen lukioon tai ammattikouluun. Lukiossa opiskelija valitsee opiskeltavan matematiikan laajuuden. Tutkimuksemme tuo esiin osaamisen ja minäkäsityksen välillä eroja eri opintopolut valinneiden opiskelijoiden kesken sekä osaamistasossa ja minäkäsityksessä että niiden pitkittäisissä yhteyksissä opintopolun eri vaiheissa.

Opiskelijan minäkäsitys, eli käsitys omasta kyvykkyydestään suoriutua matematiikassa, heikkenee koulupolun aikana, mutta opiskelijan taso suhteessa vertaisryhmään vakiintuu ajan kuluessa. Osaamistasossa autoregressiivinen yhteys edellisestä osaamistasosta uuteen on jo alusta asti voimakas. Vaikka kausaliiteetista puhuttaessa pitääkin olla varovainen (Pearl, 2009; Hill, 1965), pelkästään assosiaatiosta puhuminen on tässä tapauksessa liian lievä ilmaus. Peruskouluvaiheen osalta tuloksemme ovat linjassa Hannulan ja kollegoiden (2014) samasta aineistosta tekemien analyysien kanssa.

Voidaan pohtia, pystytäänkö opiskelijan minäkäsitystä muuttamaan osaamistasoa nostamalla. Tuloksemme ovat linjassa Marshin ja kollegoiden (1985, 1988) tuloksien kanssa korkeamman minäkäsityksen yhteydestä korkeampaan osaamiseen. Alakoulussa oppilaan minäkäsitys muodostuu osaamistason perusteella, mutta yläkoulun loppuun siirryttäessä osaamistason yhteys minäkäsitykseen ei ole yhtenevää erilaisia koulupolkuja tarkasteltaessa. Niiden, jotka suorittavat lukiossa yli kuusi kurssia matematiikassa, minäkäsitys heikkenee edelleen, vaikka osaamistaso kohenee. Tähän voidaan lukiossa tapahtuvien valintojen ja eriytymisen valikoituneempiin ryhmiin katsoa olevan osatekijä. Tällöin uudessa tilanteessa sosiaalinen vertailu (Marsh ym., 2008b) voi vaikuttaa minäkäsitykseen. Itsensä vertaaminen alempiin kriteereihin johtaa parempaan minäkäsitykseen, kun taas korkeampiin kriteereihin vertaaminen johtaa heikompaan minäkäsitykseen (Möller ym., 2020). Tällöin voidaan myös puhua ”Big Fish, Little Pond” -vaikutuksesta

(Marsh, 1987) opiskelijoiden minäkäsityksen muodostumiseen. Pelkän osaamistason kohentaminen ei näyttäisi automaattisesti johtavan minäkäsityksen paranemiseen, vaikka korkeamman osaamistason opiskelijoilla onkin positiivisempi minäkäsitys.

Koska koulu-uran aikana saavutettu osaamistaso vaikuttaa vahvasti tuleviin mahdollisuuksiin ja valintoihin etenkin STEM-aloille suuntauduttaessa (Kaleva ym., 2019) ja koska suomalainen osaamisen taso on ollut laskussa PISA-tutkimuksissa (OECD, 2019), osaamistason kohentamiseen olisi syytä kiinnittää huomiota. Olisikin tärkeää selvittää, miten strategisena toimenä toteutettava osaamisen kohentaminen matematiikassa vaikuttaa opiskelijoiden minäkäsitykseen sekä kokemukseen minäpystyvyydestä. Osaamistason kohentaminen koulutuspoliittisena toimenä voi johtaa opiskelijoiden positiivisten ja negatiivisten minäkäsitysten vahvistumiseen. Näin ollen, tällaiset toimet voi johtaa Man ja Kishorin (1997) tutkimuksessa havaittuun tulokseen, jossa osaamisen vaikutus minäkäsitykseen on voimakkaampi kuin asenteiden vaikutus osaamiseen. Toisaalta positiiviset käsitykset matemaattisesta kyvykkyydestä johtavat parempaan osaamiseen (Timmerman ym., 2017). Koska kaikilla luokitelluilla ryhmillä aikaisempi minäkäsitys on jokaisessa pitkittäistutkimuksen vaiheessa merkitsevä osaamistasoon vaikuttava tekijä, tulisi minäkäsitystä parantaviin toimiin kiinnittää huomiota.

Peruskoulun lopun osaamistasolla on merkitsevä yhteys lukion lopun minäkäsitykseen ainoastaan niillä lukiolaisilla, jotka ovat suorittaneet paljon kursseja. Matematiikan ensimmäinen lukion kurssi, joka on kaikille yhteinen, on koettu vaikeaksi (Portaankorva-Koivisto ym., 2018). Kokemus lukiomatematiikan haastavuudesta voi osaltaan vaikuttaa siihen, että minäkäsitys heikkenee lukiossa, vaikka osaaminen todellisuudessa kohenee. Minäkäsityksen heikkeneminen vaikuttaa myös osaamisen kehittymiseen, minkä vuoksi minäkäsitykseen vaikuttaviin toimiin on syytä kiinnittää huomiota. On selvitettävä, mikä auttaa oppilaita kokemaan itsensä kykeneviksi oppimaan matematiikkaa niin, etteivät he vajoa toivottomuuteen. Etenkin yläkoulun aikana on paljon tehtävää, jotta oppilaiden alakoulussa kokema minäkäsitys ei heikkenisi. Tämä muutos vaikuttaa osaltaan toisen asteen opintosuunnan valintaan sekä siihen, mille tasolle oman matemaattisen osaamisen on mahdollista kehittyä.

## Lähteet

- Bandura, A. (1986). *Social Foundations of Thought and Action: A Social Cognitive Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Bandura, A. (1993). Perceived Self-Efficacy in Cognitive Development and Functioning. *Educational Psychologist*, 28(2), 117–148. [https://doi.org/10.1207/s15326985ep2802\\_3](https://doi.org/10.1207/s15326985ep2802_3)
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. W H Freeman/Times Books/ Henry Holt & Co.
- Bandura, A. (2000). Exercise of human agency through collective efficacy. *Current Directions in Psychological Science*, 9, 75–78. <https://doi.org/10.1111/1467-8721.00064>
- Bandura, A. (2001). Social cognitive theory: An agentic perspective. *Annual Review of Psychology*, 52(1), 1–26. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.52.1.1>
- Bandura, A. (2006). Toward a Psychology of Human Agency. *Perspectives on Psychological Science*, 1(2), 164–180. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6916.2006.00011.x>
- Bandura, A. (2012). On the Functional Properties of Perceived Self-Efficacy Revisited. *Journal of Management*, 38(1), 9–44. <https://doi.org/10.1177/0149206311410606>
- Bandura, A. (toim.). (1995). *Self-efficacy in changing societies*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Fang, J., Huang, X., Zhang, M., Huang, F., Li, Z. & Yuan, Q. (2018). The Big-Fish-Little-Pond Effect on Academic Self-Concept: A Meta-Analysis. *Frontiers in psychology*, 9, 15–69. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01569>
- Fennema, E., & Sherman, J. (1976). Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales: Instruments Designed to Measure Attitudes toward the Learning of Mathematics by Females and Males. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(5), 324–326. <https://doi.org/10.2307/748467>
- Froiland, J. M. & Davison, M. L. (2016) The longitudinal influences of peers, parents, motivation, and mathematics course-taking on high school math achievement. *Learning and Individual Differences, Volume 50*, 252–259. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.07.012>
- Grigg, S., Perera, H. N., McIlveen, P., & Svetleff, Z. (2018). Relations among math self efficacy, interest, intentions, and achievement: A social cognitive perspective. *Contemporary Educational Psychology*, 53, 73–86. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.01.007>
- Halme N., Kanste O., Nummi T., Perälä M-L. (2014). Rakenneyhtälömallin kehittäminen ja arviointi – tutkimuksen kohteena avun antaminen lasten ja perheiden palveluissa. *Sosiaalilääketieteellinen aikakauslehti* 51, 272–288. <http://ojs.tsv.fi/index.php/SA/article/view/48474/14148>
- Hamaker, E. L., Kuiper, R. M., Grasman, R. P. (2015). A critique of the cross-lagged panel model. *Psychological Methods*, 20(1), 102–116. <https://doi.org/10.1037/a0038889>
- Hannula, M. S., Bofah, E., Tuohilampi, L., & Metsämuuronen, J. (2014). A longitudinal analysis of the relationship between mathematics-related affect and achievement in Finland. Teoksessa S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol & D. Allan (toim.), Proceedings of the 38th conference of the IGPME and the 36th conference of the PME-NA (Vol. 3, s. 249–256). Vancouver, Canada: PME.
- Hannula, M.S. (2002). Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics* 49, 25–46. <https://doi.org/10.1023/A:1016048823497>
- Hill, A. B. (1965). “The Environment and Disease: Association or Causation?,” *Proceedings of the Royal Society of Medicine*, 58, 295–300. <https://doi.org/10.1177/0141076814562718>
- Holm, M. E., Korhonen, J., Laine, A., Björn, P. M. & Hannula, M. S. (2020). Big-fish-little-pond effect on achievement emotions in relation to mathematics performance and gender.

- International Journal of Educational Research*, 104, 101692.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijer.2020.101692>
- Hooper D., Coughlan J. & Mullen M. R. (2008). Structural equation modelling. Guidelines for determining model fit. *Electronic J Bus Res Meth* 2008, 6, 53–60. <https://academic-publishing.org/index.php/ejbrm/article/view/1224>
- Huisman, T. (2006). Luen, kirjoitan ja ratkaisen. Peruskoulun kolmasluokkalaisten oppimistulokset äidinkielessä ja kirjallisuudessa sekä matematiikassa. *Oppimistulosten arviointi 7/2006*. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.
- IBM Corp. (2017). IBM SPSS Statistics for Windows, Version 25.0. Armonk, NY: IBM Corp.
- Kaleva, S., Pursiainen, J., Hakola, M. (2019). Students' reasons for STEM choices and the relationship of mathematics choice to university admission. *IJ STEM Ed* 6, 43.  
<https://doi.org/10.1186/s40594-019-0196-x>
- Kozak, M. (2019), What is Strong Correlation?. *Teaching Statistics*, 31, 85–86.  
<https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.2009.00387.x>
- Kupiainen, S., Marjanen, J. & Ouakrim-Soivio, N. (2018). Ylioppilas valintojen pyörteissä: Lukio-opinnot, ylioppilastutkinto ja korkeakoulujen opiskelijavalinta. Ainedidaktisia tutkimuksia. *Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja, Nro 14*. Suomen ainedidaktinen tutkimusseura ry. <http://hdl.handle.net/10138/231687>
- Lee, J. (2009). Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences*, 19(3), 355–365. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2008.10.009>
- Liou, P. Y. (2014). Investigation of the Big-Fish-Little-Pond Effect on Students' Self-Concept of Learning Mathematics and Science in Taiwan: Results from TIMSS 2011. *Asia-Pacific Edu Res* 23, 769–778. <https://doi.org/10.1007/s40299-013-0152-3>
- Ma, X. & Kishor, N. (1997). Assessing the Relationship between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 26–47. <https://doi.org/10.2307/749662>
- Marsh, H. W. & Craven, R. G. (2006). Reciprocal effects of self-concept and performance from a multidimensional perspective: Beyond seductive pleasure and unidimensional perspectives. *Perspect Psychol Sci*, 1(2), 133–163. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6916.2006.00010.x>
- Marsh, H. W. & Hau, K. T. (2004). Explaining paradoxical relations between academic self-concepts and achievements: Cross-cultural generalizability of the internal/external frame of reference predictions across 26 countries. *Journal of Educational Psychology*, 96(1), 56–67.  
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.1.56>
- Marsh, H. W. (1984). Relations among dimensions of self-attribution, dimensions of self-concept, and academic achievements. *Journal of Educational Psychology*, 76(6), 1291–1308.  
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.76.6.1291>
- Marsh, H. W. (1987). The big-fish-little-pond effect on academic self-concept. *Journal of Educational Psychology*, 79(3), 280–295. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.79.3.280>
- Marsh, H. W. (1990). Influences of internal and external frames of reference on the formation of math and english self-concepts. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 107–116.  
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.82.1.107>
- Marsh, H. W., Byrne, B. M. & Shavelson, R. J. (1988). A multifaceted academic self-concept: Its hierarchical structure and its relation to academic achievement. *Journal of Educational Psychology*, 80(3), 366–380. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.80.3.366>
- Marsh, H. W., Parker, P. D. & Pekrun, R. (2019). Three paradoxical effects on academic self-concept across countries, schools, and students. *European Psychologist*, 24(3), 231–242.  
<http://doi.org/10.1027/1016-9040/a000332>



- Marsh, H. W., Seaton, M., Trautwein, U., Lüdtke, O., Hau, K. T., O'Mara, A. J. & Craven, R. G. (2008). The big-fish–little-pond-effect stands up to critical scrutiny: Implications for theory, methodology, and future research. *Educational psychology review*, 20(3), 319–350. <https://doi.org/10.1007/s10648-008-9075-6>
- Marsh, H. W., Smith, I. D. & Barnes, J. (1985). Multidimensional self-concepts. Relations with sex and academic achievement. *Journal of Educational Psychology*, 77(5), 581–596. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.77.5.581>
- Marsh, H. W., Trautwein, U., Lüdtke, O. & Köller, O. (2008b). Social comparison and big-fish–little-pond effects on self-concept and other self-belief constructs: Role of generalized and specific others. *Journal of Educational Psychology*, 100(3), 510. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.100.3.510>
- Martin, A. J. & Marsh, H. W. (2008). Academic buoyancy: Towards an understanding of students' everyday academic resilience. *Journal of School Psychology*, 46(1), 53–83. <https://doi.org/10.1016/j.jsp.2007.01.002>
- Metsämuuronen, J. & Salonen, V. (2017). Matemaattisen osaamisen piirteitä ammatillisen koulutuksen lopussa 2015 ja pitkän ajan muutoksia. *Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2:2017*. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy
- Metsämuuronen, J. & Tuohilampi, L. (2017). Matemaattinen osaaminen lukiokoulutuksen lopulla 2015. *Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 3:2017*. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy
- Metsämuuronen, J. (2012). Challenges of the Fennema-Sherman test in the international comparisons. *International Journal of Psychological Studies*, 4(3), 1–22. <https://doi.org/10.5539/ijps.v4n3p1>
- Metsämuuronen, J. (2013). Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. [Longitudinal analysis of the Mathematical Achievement in the Compulsory Education in 2005–2012.] *Koulutuksen seurantaraportit 2013:4*. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. s. 65–172.
- Metsämuuronen, J. (2017). Oppia ikä kaikki–Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015. Helsinki: *Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut, 1:2017*.
- Möller, J., Zitzmann, S., Helm, F., Machts, N. & Wolff, F. (2020). A meta-analysis of relations between achievement and self-concept. *Review of Educational Research*, 90(3), 376–419. <https://doi.org/10.3102/0034654320919354>
- Mund, M., Johnson, M. D. & Nestler, S. (2021). Changes in size and interpretation of parameter estimates in within-person models in the presence of time-invariant and time-varying covariates. *Frontiers in psychology*, 3663. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.666928>
- Muthén, L. K. & Muthén, B. O. (1998–2017). *Mplus User's Guide*. Eighth Edition. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén
- Niemi E. K. & Metsämuuronen J. (toim.). (2010). Miten matematiikan taidot kehittyvät. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. *Koulutuksen seurantaraportti 2010:2*. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy.
- Niepel, C., Brunner, M. & Preckel, F. (2014). The longitudinal interplay of students' academic self-concepts and achievements within and across domains: Replicating and extending the reciprocal internal/external frame of reference model. *Journal of Educational Psychology*, 106, 1170–1191. <https://doi.org/10.1037/a0036307>
- Nikulainen, K. (2019). Oulun ammattikorkeakouluun valittujen opiskelijoiden lukiotausta: ylioppilaskirjoitusten arvosanat ja ainevalinnat. Maantieteen pro gradu -tutkielma. Oulun yliopisto.



- OECD (2019), PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do, PISA, *OECD Publishing*, Paris, <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>
- Pajares, F. & Graham, L. (1999). Self-efficacy, motivation constructs, and mathematics performance of entering middle school students. *Contemporary Educational Psychology*, 24(2), 124–139. <https://doi.org/10.1006/ceps.1998.0991>
- Pajares, F. & Miller, M. D. (1995). Mathematics self-efficacy and mathematics performances: The need for specificity of assessment. *Journal of Counseling Psychology*, 42(2), 190–198. <https://doi.org/10.1037/0022-0167.42.2.190>
- Pajares, F. (2005). Gender Differences in Mathematics Self-Efficacy Beliefs. Teoksessa A. M. Gallagher & J. C. Kaufman (toim.), *Gender differences in mathematics: An integrative psychological approach* (s. 294–315). Cambridge University Press.
- Pearl, J. (2009). Causal inference in statistics: *An overview Statistics Surveys, Vol 3*, 96–146. <https://doi.org/10.1214/09-SS057>
- Peixoto, F., Sanches, C., Mata, L. & Monteiro, V. (2017). “How do you feel about math?”: relationships between competence and value appraisals, achievement emotions and academic achievement. *Eur J Psychol Educ* 32, 385–405. <https://doi.org/10.1007/s10212-016-0299-4>
- Portaankorva-Koivisto, P.M., Eronen, L., Hannula, M. & Kupiainen, S. (2018). Lukion ensimmäinen yhteinen matematiikan kurssi – mielekästä ja merkityksellistä. *FMSERA Journal*. 2, 1, 57–65. Retrieved from <https://journal.fi/fmsera/article/view/69899>
- Preckel, F., Goetz, T., Pekrun, R. & Kleine, M. (2008). Gender differences in gifted and average-ability students: Comparing girls' and boys' achievement, self-concept, interest, and motivation in mathematics. *Gifted Child Quarterly*, 52(2), 146–159. <https://doi.org/10.1177/0016986208315834>
- Pursiainen, J. (2016). Valintaperusteiden kertomaa. *Solmu* 2, 1–6.
- Rasch, G. (1960). Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Danmarks Pædagogiske Institut. *Studies in Mathematic Psychology I*. Copenhagen: Nielsen & Lydiche.
- Schreiber J. B., Nora A., Stage F. G., Barlow E. A. & King J. (2006). Reporting structural equation modelling and confirmatory factor analysis results: a review. *J Educ Res* 2006, 99, 323–37. <https://doi.org/10.3200/JOER.99.6.323-338>
- Siegel, A. F. (2016). Multiple regression: predicting one variable from several others. *Practical Business Statistics*. Academic Press: United States of America. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-804250-2.00012-2>
- Sung, Y., Huang, L., Tseng, F. & Chang, K. (2014). The aspects and ability groups in which little fish perform worse than big fish: Examining the big-fish-little-pond effect in the context of school tracking. *Contemporary Educational Psychology*, 39(3), 220–232. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2014.05.002>
- Timmerman, H. L., Toll, S. W. M., Van Luit, J. E. H. (2017) The relation between math self-concept, test and math anxiety, achievement motivation and math achievement in 12 to 14-year-old typically developing adolescents. *Psychology, Society, & Education*, 9(1), 89–103. <https://doi.org/10.21071/psye.v9i1.13854>
- Verhelst, N. G., Glas, C. A. W. & Verstralen H. H. F. M. (1995). One-Parameter Logistic Model OPLM. Arnhem: Cito.Justi, R., & Gilbert, J. (2003). Models and modelling in chemical education. Teoksessa J. Gilbert, O. de Jong, R. Justi, D. F. Treagust, & J. H. Driel (toim.), *Chemical Education: Towards Research-based Practice* (s. 47–68). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4230-7\\_12](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4230-7_12)
- Zyphur, M. J., Allison, P. D., Tay, L., Voelkle, M. C., Preacher, K. J., Zhang, Z., Hamaker, E. L., Shamsollahi, A., Pierides, D. C., Koval, P. & Diener, E. (2020). From Data to Causes I: Building A General Cross-Lagged Panel Model (GCLM). *Organizational Research Methods*, 23(4), 651–687. <https://doi.org/10.1177/1094428119847278>